

3.2.1.3. Психометричні характеристики завдань сертифікаційної роботи

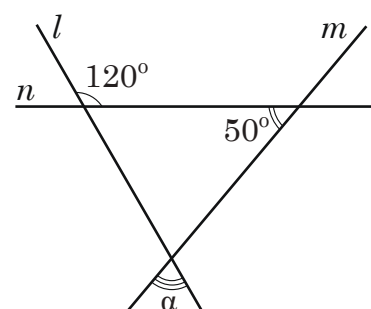
1. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} =$

А	Б	В	Г	Д
-9	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	9

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	5,3	17,4	8,4	10,0	58,8	0,1	58,8	85,0	0,6

2. Прямі l , m і n лежать в одній площині (див. рисунок). Визначте градусну міру кута α .

А	Б	В	Г	Д
110°	50°	60°	70°	80°



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	4,2	6,6	14,1	69,2	5,7	0,2	69,2	50,8	0,4

3. Копіювальна машина робить 3 копії за 4 секунди. Яку максимальну кількість копій можна одержати за 1 хвилину?

А	Б	В	Г	Д
45	60	75	80	120

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	87,4	3,3	2,9	2,8	3,4	0,2	87,4	30,0	0,3

4. Яке з наведених чисел є коренем рівняння $\frac{5x+8}{3} = 1$?

А	Б	В	Г	Д
1	0	3	-2	-1

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	7,3	3,3	11,5	5,9	71,8	0,2	71,8	73,1	0,5

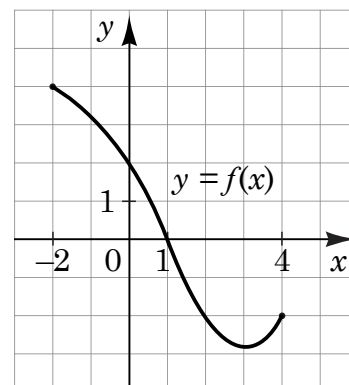
5. Сума довжин усіх ребер куба дорівнює 72 см. Визначте довжину одного ребра цього куба.

А	Б	В	Г	Д
6 см	8 см	9 см	12 см	18 см

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	54,3	3,9	7,2	8,4	25,9	0,3	54,3	70,2	0,5

6. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-2; 4]$. Укажіть *нуль* цієї функції.

А	Б	В	Г	Д
$x = -2$	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$	$x = 4$



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
В	4,9	6,1	79,2	7,6	2,1	0,1	79,2	46,3	0,4

7. Розв'яжіть рівняння $x^2 - 4x + 3 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
-4; 3	1; 3	-3; -1	-2; 3	-1; 4

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	8,2	69,7	9,1	7,2	5,5	0,3	69,7	70,6	0,5

8. На вершину гори ведуть 5 доріг. Скільки всього є варіантів вибору маршруту підйому на вершину гори однією дорогою, а спуску – іншою?

А	Б	В	Г	Д
5	9	10	20	25

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	9,1	10,4	15,2	45,3	19,7	0,3	45,3	59,4	0,4

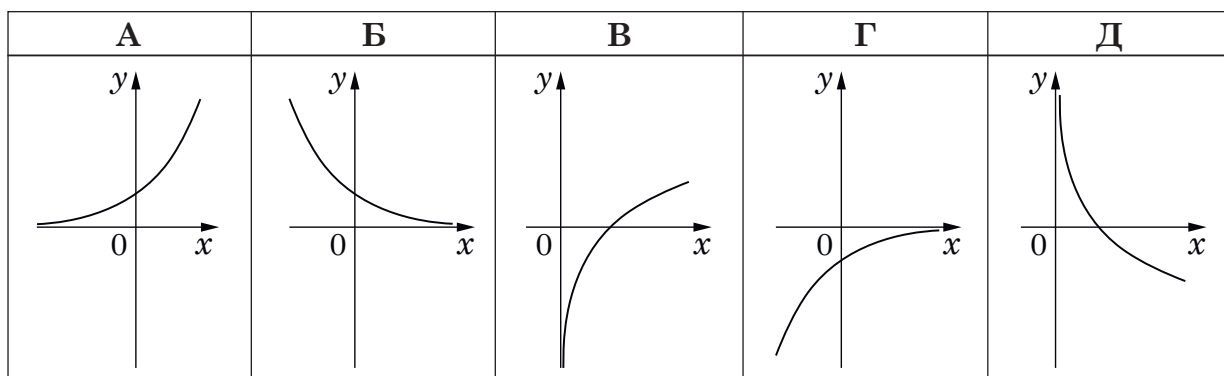
9. Які з наведених тверджень є правильними?

- I. Діагоналі будь-якого ромба ділять його кути навпіл.
 II. Діагоналі будь-якого чотирикутника точкою перетину діляться навпіл.
 III. Діагоналі будь-якого квадрата перпендикулярні.

А	Б	В	Г	Д
лише I	I, II та III	лише III	лише I та II	лише I та III

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	6,4	15,2	8,0	20,7	49,6	0,1	49,6	50,6	0,4

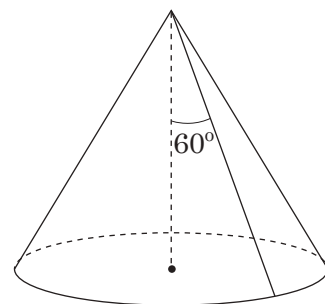
10. На якому з рисунків зображено ескіз графіка функції $y = (0,5)^x$?



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	16,8	55,2	8,6	4,5	14,6	0,3	55,2	64,8	0,5

11. Радіус основи конуса дорівнює r , твірна – l . Твірна утворює з висотою конуса кут 60° (див. рисунок). Визначте $\frac{r}{l}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{r}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{r}{l} = \frac{1}{2}$	$\frac{r}{l} = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\frac{r}{l} = 2$	$\frac{r}{l} = \sqrt{3}$



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	55,5	21,6	10,2	4,2	8,2	0,3	55,5	56,8	0,4

12. Розкладіть вираз $(x + y)^2 - 9x^2$ на множники.

- А $(-8x + y)(10x + y)$
 Б $(-2x - y)(4x - y)$
 В $(-2x + y)(4x + y)$
 Г $(4x + y)^2$
 Д $(-2x + y)^2$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
В	12,5	16,5	55,2	9,5	5,5	0,8	55,2	58,4	0,4

13. Графік довільної функції $y = f(x)$ паралельно перенесли вздовж осі y на 3 одиниці вниз. Графік якої з наведених функцій отримали?

А	Б	В	Г	Д
$y = f(x + 3)$	$y = f(x) + 3$	$y = 3f(x)$	$y = f(x) - 3$	$y = f(x - 3)$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	4,5	7,7	3,7	66,8	17,1	0,2	66,8	51,0	0,4

14. Спростіть вираз $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \sin^2 \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$	1	$\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$	$\cos^2 \alpha$	$\operatorname{tg}^2 \alpha$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	11,6	18,3	22,8	19,7	26,9	0,7	26,9	57,9	0,6

15. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} 6 > 2x, \\ 7x - 28 \leq 0. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 3)$	$(3; 4]$	$(-\infty; -3)$	$(-3; 4]$	$(-\infty; 4]$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	37,5	27,6	7,7	13,2	13,8	0,2	37,5	67,2	0,5

16. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\log_{64} x = \frac{1}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0]$	$(0; 1]$	$(1; 6]$	$(6; 32)$	$[32; +\infty)$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	6,5	8,1	10,2	44,7	30,1	0,4	44,7	65,2	0,5

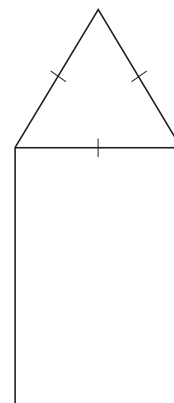
17. Скільки всього *цілих* чисел містить інтервал $(\sqrt{8}; \sqrt{81})$?

А	Б	В	Г	Д
8	7	6	5	4

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
В	14,8	25,0	39,5	9,3	11,2	0,2	39,5	60,3	0,5

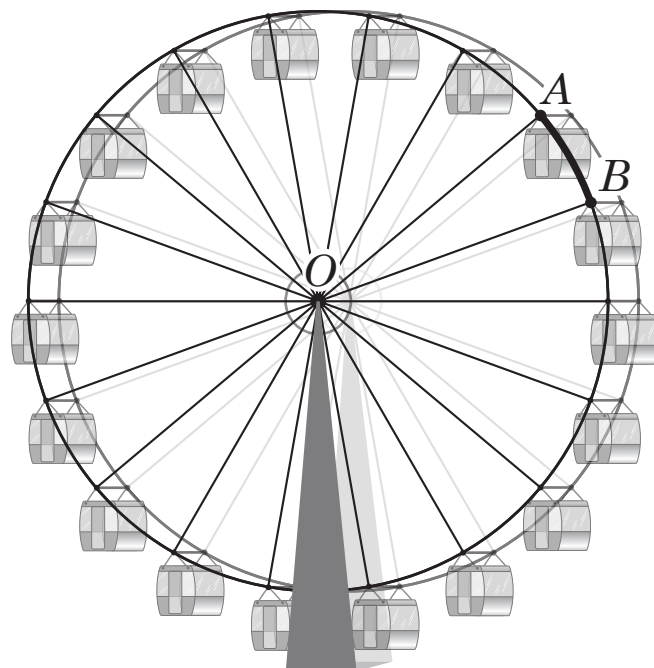
18. На рисунку зображено прямокутник і трикутник, що є гранями правильної трикутної призми. Периметр цього прямокутника дорівнює 38 см. Визначте площу основи цієї призми, якщо довжина висоти призми дорівнює 11 см.

А	Б	В	Г	Д
$16\sqrt{3} \text{ см}^2$	$32\sqrt{3} \text{ см}^2$	24 см^2	64 см^2	$24\sqrt{3} \text{ см}^2$



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	43,7	16,6	13,0	11,7	14,1	0,9	43,7	61,2	0,5

19. Каркас колеса огляду складається з двох однакових кіл, до яких прикріплено 18 кабінок на однаковій відстані одна від одної, та ребер (радіусів кіл), що з'єднують місця прикріплення кабінок та центри кіл (див. рисунок). Довжина кожного ребра дорівнює 27 м. Визначте довжину дуги AB кола із центром у точці O . Укажіть відповідь, найближчу до точної. Товщиною каркасу знехтуйте.



А	Б	В	Г	Д
12,6 м	9,5 м	5,4 м	4,6 м	3,2 м

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	8,8	38,3	17,3	17,1	17,6	0,9	38,3	42,8	0,4

20. Функція $F(x) = 5x^4 - 1$ є первісною функції $f(x)$. Укажіть функцію $G(x)$, яка також є первісною функції $f(x)$.

А	Б	В	Г	Д
$G(x) = x^5 - x$	$G(x) = 5x^4 - x$	$G(x) = 20x^3$	$G(x) = 5x^4 + 1$	$G(x) = x^4 - 5$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	21,1	17,0	20,9	35,1	5,3	0,6	35,1	31,1	0,3

21. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

Закінчення речення

1 Функція $y = \sqrt{x - 4}$

А спадає на проміжку $(-\infty; +\infty)$.

2 Функція $y = x + 4$

Б не визначена в точці $x = 1$.

3 Функція $y = x^3$

В є парною.

Г набуває додатного значення в точці $x = -3$.

Д є непарною.

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів				Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1	2	3			
БГД	26,5	27,4	17,3	28,8	49,4	71,6	0,7

22. Установіть відповідність між виразом (1–3) та тотожно рівним йому виразом (А – Д), якщо a – довільне від’ємне число.

Вираз

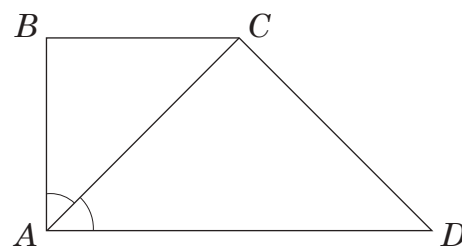
- 1 a^0
2 $|a| + a$
3 $a \log_2 2^a$

Тотожно рівний вираз

- А 0
Б $2a$
В a^2
Г 1
Д $-2a$

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів				Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1	2	3			
ГAB	24,4	21,8	37,0	16,8	48,8	63,5	0,7

23. Бічні сторони AB та CD прямокутної трапеції $ABCD$ дорівнюють 6 см і 10 см відповідно. Менша діагональ трапеції лежить на бісектрисі її прямого кута (див. рисунок). Установіть відповідність між відрізком (1–3) та його довжиною (А – Д).



Відрізок

- 1 основа BC
2 проекція сторони CD на пряму AD
3 середня лінія трапеції $ABCD$

Довжина відрізка

- А 6 см
Б 8 см
В $10\sqrt{2}$ см
Г 10 см
Д 14 см

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів				Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1	2	3			
ABГ	12,9	35,4	19,0	32,7	57,2	59,3	0,6

24. Установіть відповідність між вимірами циліндра (1–3) та правильним щодо нього твердженням (А – Д).

Виміри циліндра

- 1 радіус основи дорівнює 6,
висота – 4
- 2 радіус основи дорівнює 2,
висота – 6
- 3 радіус основи дорівнює 4,
висота – 6

Твердження щодо циліндра

- А циліндр утворено обертанням
прямокутника зі сторонами 4
та 6 навколо більшої сторони
- Б площа основи циліндра дорівнює 12π
- В твірна циліндра дорівнює 4
- Г площа бічної поверхні циліндра
дорівнює 24π
- Д об'єм циліндра дорівнює 48π

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів				Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1	2	3			
ВГА	25,2	28,7	15,8	30,3	50,4	69,3	0,7

25. Вартість оренди автомобіля бюджетного класу складається з основної плати та додаткової плати за понаднормовий пробіг. За перевищення норми пробігу (50 км за одну добу) нараховують додаткову плату в розмірі 6 грн за кожен понаднормовий кілометр. Пробіг автомобіля, орендованого на 6 діб, становить 420 км.

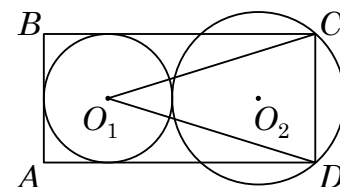
1. Яку суму грошей P (у грн) становитиме додаткова плата за понаднормовий пробіг орендованого автомобіля?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
720	40,3	59,7	59,7	61,5	0,4

2. Основна плата за оренду автомобіля є фіксованою й становить 400 грн за кожну добу. Скільки відсотків від основної плати за 6 діб становить сума грошей P ?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
30	63,3	36,7	36,7	70,6	0,6

26. На рисунку зображено прямокутник $ABCD$ та два кола, що мають зовнішній дотик. Коло із центром у точці O_1 дотикається сторін AB , BC та AD , а коло із центром у точці O_2 проходить через вершини C та D . Відстані від точки O_2 до вершини C та сторони CD дорівнюють 20 см та 12 см відповідно.



1. Визначте радіус меншого кола (у см).

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
16	70,8	29,2	29,2	70,9	0,6

2. Обчисліть площу трикутника DO_1C (у см^2).

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
768	86,2	13,8	13,8	46,6	0,6

27. В арифметичній прогресії (a_n) відомо, що $a_2 - a_5 = 7,8$.

1. Визначте різницю d цієї прогресії.

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
-2,6	80,0	20,0	20,0	63,7	0,7

2. Визначте перший член a_1 цієї прогресії, якщо її третій член $a_3 = -1,8$.

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
3,4	82,8	17,2	17,2	55,8	0,7

28. Човен проплив 18 км проти течії річки, витративши вдвічі менше часу, ніж на подолання 48 км за течією. Власна швидкість човна є сталою. Визначте власну швидкість човна (у км/год), якщо швидкість течії дорівнює 2,5 км/год.

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
17,5	88,9	11,1	11,1	38,6	0,6

29. У першому рядку таблиці наведено значення температури повітря, яку вимірювали на метеостанції через кожні 3 години впродовж доби. У другому рядку зазначено частоту фіксувань відповідного значення температури впродовж доби. За даними метеостанції визначте *середню* температуру (у °C) протягом цієї доби.

Температура, °C	12	15	17	18
Частота фіксувань	1	4	2	1

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
15,5	52,0	48,0	48,0	77,9	0,5

30. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 12 см, апофема – 13 см. Обчисліть об'єм (у см³) цієї піраміди.

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
400	74,7	25,3	25,3	74,4	0,7

31. Для участі в роботі студентської ради з кожної з двох груп навмання вибирають по 1 студенту. Серед 24 студентів першої групи проживають у гуртожитку 6 студентів, а серед 28 студентів другої групи – 14 студентів. Яка ймовірність того, що обидва вибрані для роботи в раді студенти будуть з тих, хто проживає в гуртожитку?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
0,125	87,4	12,6	12,6	43,0	0,6

32. У прямокутній системі координат xu на площині коло задано рівнянням $x^2 - 4x + y^2 + 12y = 9$. Центр O цього кола збігається з точкою перетину діагоналей паралелограма $ABCD$. Визначте координати вершини $C(x_C; y_C)$, якщо вектор $\vec{OA}(-1; 2)$. У відповіді запишіть *добуток* $x_C \cdot y_C$.

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
-24	92,8	7,2	7,2	26,3	0,5

33. Задано функції $f(x) = 1$ та $g(x) = \sin x$.
Завдання (1–3) виконайте на одному рисунку.

1. Побудуйте графік функції f .
2. Побудуйте графік функції g на проміжку $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.
3. Позначте на рисунку точку, що є спільною для обох побудованих графіків функцій f і g , і запишіть її координати.
4. Знайдіть множину всіх коренів рівняння $f(x) = g(x)$ на інтервалі $(-\infty; +\infty)$.

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
0	1	2	3	4			
65,9	14,4	3,7	7,3	8,7	19,6	61,0	0,8

34. У прямокутному паралелепіпеді $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ через сторону AD нижньої основи й середину ребра $B_1 C_1$ проведено площину γ . Висота паралелепіпеда дорівнює 18, грань $CC_1 D_1 D$ є квадратом. Діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут α .

1. Побудуйте переріз паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ площиною γ .
2. Укажіть вид перерізу та обґрунтуйте свій висновок.
3. Визначте площу перерізу.

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
0	1	2	3	4			
83,1	12,5	1,5	1,8	1,1	6,3	19,0	0,6

35. Задано рівняння $(5^{2x+1} - 25^x - 20)(\sqrt{ax} - 6 - \sqrt{a - 2x}) = 0$, де x – змінна, a – стала.

1. Розв'яжіть рівняння $5^{2x+1} - 25^x - 20 = 0$.
2. Розв'яжіть задане рівняння залежно від значень a .

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів							Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
0	1	2	3	4	5	6			
80,9	13,7	3,5	1,0	0,5	0,1	0,3	4,6	15,9	0,7