

МАТЕМАТИКА

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ 2007 РОКУ З ВІДПОВІДЯМИ ТА КОМЕНТАРЯМИ

Тест зовнішнього незалежного оцінювання з математики перевіряє:

- відповідність знань, умінь і навичок учнів програмовим вимогам;
- рівень навчальних досягнень учнів;
- ступінь підготовленості випускників загальноосвітніх навчальних закладів до подальшого навчання у вищих навчальних закладах.

При укладанні тесту були використані підручники та посібники, рекомендовані Міністерством освіти і науки України для класів універсального, природничого, фізико-математичного профілів, а також для класів, шкіл, ліцеїв і гімназій математичного профілю та для спеціалізованих шкіл і класів з поглибленим вивченням математики.

Частина 1

ЗАВДАННЯ З ВИБОРОМ ОДНІЄЇ ПРАВИЛЬНОЇ ВІДПОВІДІ

1. Розташуйте у порядку спадання числа $\sqrt{5}$; $2^{\log_2 5}$; $\frac{5}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$2^{\log_2 5}$; $\frac{5}{2}$; $\sqrt{5}$	$\frac{5}{2}$; $\sqrt{5}$; $2^{\log_2 5}$	$\frac{5}{2}$; $2^{\log_2 5}$; $\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$; $\frac{5}{2}$; $2^{\log_2 5}$	$2^{\log_2 5}$; $\sqrt{5}$; $\frac{5}{2}$

Правильна відповідь: А.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Дійсні числа. Порівняння чисел. Основна логарифмічна тотожність.

2. Банк сплачує своїм вкладникам 8% річних. Визначте, скільки грошей треба покласти на рахунок, щоб через рік отримати 60 грн. прибутку.

А	Б	В	Г	Д
1150	1050	950	850	750

Правильна відповідь: Д.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Задачі на відсотки.

3. З натуральних чисел від 1 до 30 учень навмання називає одне. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 30?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{7}{15}$

Правильна відповідь: В.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Поняття ймовірності випадкової події.

4. Розв'яжіть нерівність $x + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3} - 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-2; 3)$	$(-2; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$	$(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$	$(-2; 3) \cup (3; +\infty)$

Правильна відповідь : Д.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Дробово-раціональні нерівності.

5. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{x+9}$.

А	Б	В	Г	Д
$[3; +\infty)$	$[9; +\infty)$	$[-3; +\infty)$	$[-9; +\infty)$	$[-9; 9]$

Правильна відповідь : Г.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Властивості елементарних функцій: область визначення.

6. Будівельна компанія закупила для нового будинку металопластикові вікна та двері у відношенні 4:1. Укажіть число, яким може виражатися загальна кількість вікон та дверей в цьому будинку.

А	Б	В	Г	Д
41	45	54	68	81

Правильна відповідь : Б.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Застосування ознак подільності чисел до розв'язування задач.

7. Обчисліть $\sqrt{(2 \sin 45^\circ + 1)^2} - \sqrt{(1 - 2 \cos 45^\circ)^2}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}$	2

Правильна відповідь : Д.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Тотожні перетворення і знаходження значень виразів, що містять тригонометричні функції.

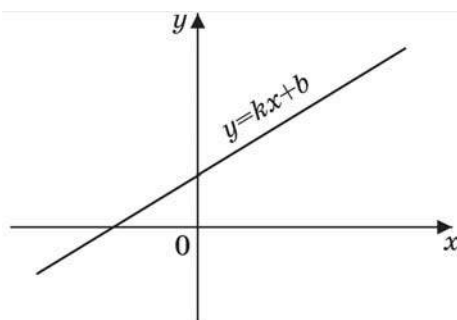
8. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \sqrt{3}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$\frac{2\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$	інша відповідь

Правильна відповідь : Г.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь.

9. За видом графіка функції $y = kx + b$ визначте знаки коефіцієнтів k і b .
Оберіть правильне твердження.



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} k > 0, \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k < 0, \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k < 0, \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k > 0, \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k = 0, \\ b > 0 \end{cases}$

Правильна відповідь : Г.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Лінійна функція та її властивості.

10. Укажіть парну функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = x$	$y = 2^x$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \log_2 x$	$y = x^2$

Правильна відповідь : Д.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Властивості елементарних функцій: парність.

11. Обчисліть $\log_{\frac{1}{25}} \sqrt{5}$

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Правильна відповідь : А.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Властивості логарифма.

12. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,1} 10 < \log_{0,1} x$.

А	Б	В	Г	Д
$(10; +\infty)$	$(0; 10)$	$(0,1; 10)$	$(-10; 0)$	$(-\infty; 10)$

Правильна відповідь : Б.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Розв'язування найпростіших логарифмічних нерівностей, використовуючи властивості логарифмічної функції.

13. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{8^x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{5}$

Правильна відповідь : Г.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Розв'язування найпростіших показникових рівнянь.

14. Укажіть, скільки дійсних коренів має рівняння $x^3 - 4|x| = 0$.

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

Правильна відповідь : В.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Розв'язування рівнянь з модулем.

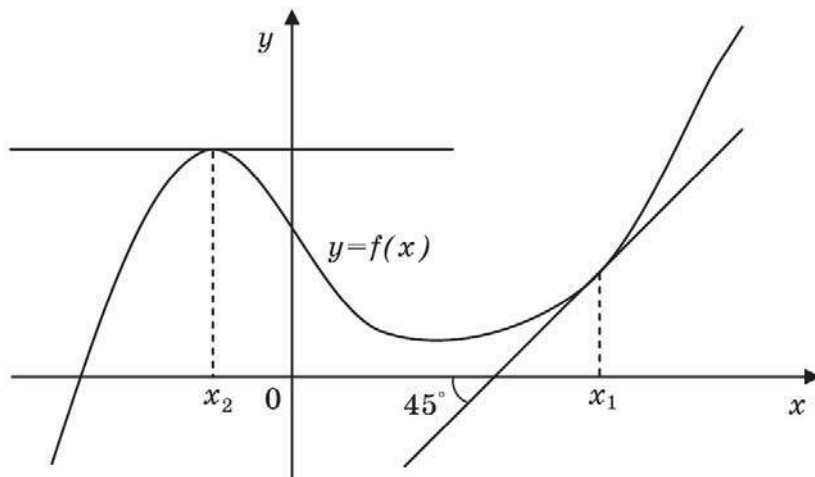
15. Знайдіть первісну функції $f(x) = 2x + 2$, графік якої проходить через точку з координатами (1;4).

А	Б	В	Г	Д
$F(x) = x^2 + 2x$	$F(x) = x^2 + 2x + 1$	$F(x) = x^2 + 2x + 2$	$F(x) = x^2 + 2x - 4$	$F(x) = x^2 + 2x - 23$

Правильна відповідь : Б.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Первісна. Основна властивість первісної. Правила знаходження первісних.

16. На рисунку зображений графік функції $y = f(x)$ та дотичні до нього в точках x_1 та x_2 . Користуючись геометричним змістом похідної, знайдіть $f'(x_1) + f'(x_2)$.

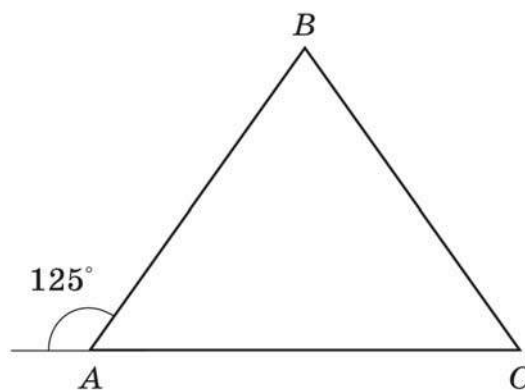


А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Правильна відповідь : А.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Геометричний зміст похідної.

17. Градусна міра зовнішнього кута А рівнобедреного трикутника ABC ($AB = BC$) становить 125° . Знайдіть градусну міру внутрішнього кута В.

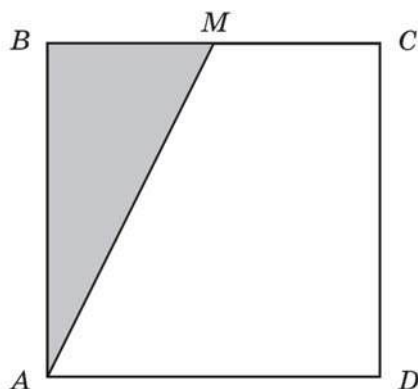


А	Б	В	Г	Д
30°	40°	50°	60°	70°

Правильна відповідь : Д.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Властивість рівнобедреного трикутника. Сума кутів трикутника. Градусна міра кута.

18. Точка M – середина сторони квадрата $ABCD$. Площа зафарбованої частини дорівнює 7 см^2 . Знайдіть площу всього квадрата.



А	Б	В	Г	Д
14 см^2	21 см^2	28 см^2	35 см^2	42 см^2

Правильна відповідь : В.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Властивості квадрата. Площі рівних фігур.

19. Знайдіть координати точки M , відносно якої симетричні точки $E(-3; 8; 7)$ і $F(-9; 6; 1)$.

А	Б	В	Г	Д
$(-6; 7; 4)$	$(-12; 14; 8)$	$(0; 0; 0)$	$(3; 1; 3)$	інша відповідь

Правильна відповідь : А.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Координати точки та симетрія відносно точки у просторі.

20. Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням круга навколо свого діаметра, довжина якого дорівнює $a \text{ см}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{3} \pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{2}{3} \pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{3} \pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{6} \pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{12} \pi a^3 \text{ см}^3$

Правильна відповідь : Г.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Знаходження об'єму тіла обертання.

Частина 2

ЗАВДАННЯ ВІДКРИТОЇ ФОРМИ З КОРОТКОЮ ВІДПОВІДДЮ

21. Обчисліть $(\sqrt[3]{27} + \sqrt[4]{64})(\sqrt[3]{27} - \sqrt[4]{64})$

Правильна відповідь : -5 .

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Дії над ірраціональними числами.

22. Знайдіть суму перших дванадцяти непарних натуральних чисел.
 Правильна відповідь : 144.
 Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Сума членів арифметичної прогресії.

23. Укажіть найменше ціле число, яке є розв'язком нерівності

$$\frac{(x-3)(x+10)(x^2+8x-9)}{x^2+8x-9} < 0$$

 Правильна відповідь : -8.
 Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Розв'язування раціональних нерівностей методом інтервалів.

24. На перегоні, довжина якого дорівнює 240 км, поїзд рухався зі швидкістю на 10 км/год менше, ніж мала бути за розкладом, і запізнився на 48 хв. З якою швидкістю мав рухатися поїзд за розкладом?
 Правильна відповідь : 60 км/год.
 Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Розв'язування текстових задач за допомогою рівняння або системи рівнянь.

25. Обчисліть $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{ctg} 30^\circ$.
 Правильна відповідь : 0,5
 Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Тотожні перетворення і знаходження значень тригонометричних виразів.

26. Розв'яжіть рівняння $(x^2 - 9)\sqrt{-15 + 8x - x^2} = 0$. У відповідь запишіть суму коренів.
 Правильна відповідь : 11 (або 8).
 Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Розв'язування ірраціональних рівнянь.
Примітка. Враховуючи, що чинні підручники з математики для загальноосвітніх навчальних закладів порізнному тлумачать ситуацію, коли рівняння мають кратні корені, відповідь 8 також є правильною.

Розв'язання.

Знайдемо область визначення: $-15 + 8x - x^2 \geq 0$, $x^2 - 8x + 15 \leq 0$, $x \in [3; 5]$

Рівняння $(x^2 - 9)\sqrt{-15 + 8x - x^2} = 0$ рівносильне сукупності рівнянь:

$$\begin{cases} x^2 - 9 = 0, \\ \sqrt{-15 + 8x - x^2} = 0; \end{cases} \quad \text{звідси:} \quad \begin{cases} x_1 = -3, \\ x_2 = 3, \\ x_3 = 3, \\ x_4 = 5. \end{cases}$$

Рівняння має чотири корені, з яких два рівні між собою. Корінь $x = -3$ не входить в область визначення. Тому $3+3+5=11$.

27. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} 2^{2y-x} = 32, \\ \log_{\frac{1}{2}}(y-x) = -2. \end{cases}$$

Запишіть у відповідь добуток $x_0 \cdot y_0$, якщо пара (x_0, y_0) є розв'язком вказаної системи рівнянь.

Правильна відповідь : -3.
 Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Розв'язування систем рівнянь, у яких одне рівняння показникове, а інше — логарифмічне.

28. Середній вік одинадцяти футболістів команди становить 22 роки. Під час гри одного з футболістів було вилучено з поля, після чого середній вік гравців, що залишилися, став 21 рік. Скільки років футболісту, який залишив поле?

Правильна відповідь : 32.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Статистичні характеристики рядів даних: середнє значення випадкової величини.

29. Обчисліть $\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 81$

Правильна відповідь : 4.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Тотожні перетворення логарифмічних виразів.

30. Знайдіть найбільше ціле значення параметра a , при якому система рівнянь

$$\begin{cases} y - x = a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \text{ має два розв'язки.}$$

Правильна відповідь : 1.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Розв'язування систем рівнянь з параметрами графічно.

31. Знайдіть найбільше значення функції $y = x^3 - 3x^2 + 2$ на проміжку $[-1; 1]$.

Правильна відповідь : 2.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Дослідження функції за допомогою похідної.

32. Знайдіть найменше ціле значення параметра a , при якому рівняння $\log_8(x + 2) = \log_8(2x - a)$ має корені.

Правильна відповідь : -3 .

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Розв'язування рівнянь з параметрами.

33. Сторона рівностороннього трикутника ABC дорівнює 5 см. Знайдіть скалярний добуток $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

Правильна відповідь : 12,5.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Скалярний добуток векторів.

34. Для опалювальної системи будинку необхідні радіатори із розрахунку: три одиниці на 50м^3 . Яку кількість одиниць радіаторів треба замовити, якщо новий будинок має форму прямокутного паралелепіпеда розміру $15\text{м} \times 18\text{м} \times 25\text{м}$?

Правильна відповідь : 405.

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Задачі прикладного змісту на знаходження об'єму фігур: об'єм прямокутного паралелепіпеда.

35. Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює $2\sqrt{3}$ см і нахилена під кутом 60° до площини основи. Знайдіть об'єм піраміди.

Правильна відповідь : 12 см^3 .

Компоненти програмових вимог, що перевіряються завданням: Знаходження об'єму фігури, використовуючи теореми планіметрії: об'єм піраміди.

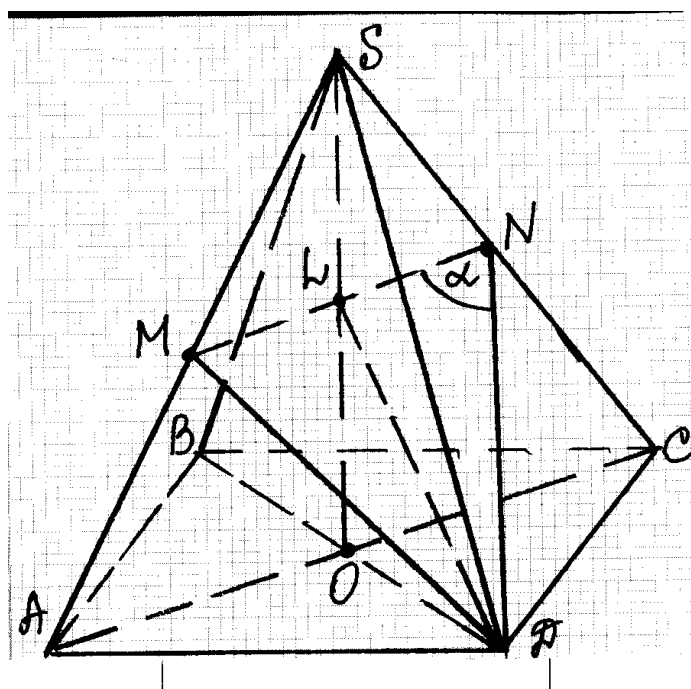
Частина 3

ЗАВДАННЯ ВІДКРИТОЇ ФОРМИ З РОЗГОРНУТОЮ ВІДПОВІДДЮ

36. У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ (S – вершина) бічне ребро вдвічі більше сторони основи. Знайдіть кут між медіаною трикутника SDC , проведеною з вершини D , та середньою лінією трикутника ASC , що паралельна основі піраміди.

Правильна відповідь : $\alpha = \arctg\sqrt{11}$.

Розв'язання (авторський варіант)



Нехай $SABCD$ – задана правильна піраміда, в основі якої лежить квадрат $ABCD$, і SO її висота. Позначимо сторону основи AB через a , тоді бічне ребро $SA = 2a$.

У трикутнику SDC з вершини D проведемо медіану DN , N – середина ребра SC . У трикутнику ASC проведемо середню лінію, паралельну AC . Вона перетинає ребра SA та SC у точках M та N відповідно, $AM = MS$ та $SN = NC$ (за означенням середньої лінії). Оскільки AC лежить у площині ABC і $MN \parallel AC$, то $MN \parallel (ABC)$. Прямі MN та ND перетинаються в точці N , тому кут MND є шуканим кутом між медіаною DN трикутника SDC і середньою лінією MN трикутника ASC . Позначимо $\angle MND = \alpha$.

Діагональ AC квадрата $ABCD$ дорівнює $a\sqrt{2}$, тому середня лінія $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Висота SO піраміди перетинає MN в точці L . Оскільки трикутники ASC і SMN є рівнобедреними, то $AO = OC$ і $ML = LN = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

З прямокутного трикутника SOC $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{2a^2}{4}} = a\sqrt{\frac{7}{2}}$.

За теоремою Фалеса $SL = LO = \frac{1}{2}SO = a\sqrt{\frac{7}{8}}$.

З прямокутного трикутника LOD $LD = \sqrt{OD^2 + LO^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{4} + \frac{7a^2}{8}} = a\sqrt{\frac{11}{8}}$.

Трикутник DNM рівнобедрений, оскільки $DM = DN$ як медіани рівних трикутників SAD та SCD . Медіана DL є висотою. Отже, трикутник DLN є прямокутним.

З трикутника DLN маємо:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{LD}{LN} = \sqrt{11}.$$

Відповідь. $\alpha = \operatorname{arctg} \sqrt{11}$.

Схема оцінювання

1. За правильно побудований рисунок до задачі з обґрунтуванням паралельності відповідної середньої лінії до основи учень одержує **1 бал**.
2. За обґрунтування рівності двох сторін трикутника MND ($DM=DN$) учень одержує ще **1 бал**.
3. Якщо учень правильно знайшов елементи трикутника DLN , необхідні для знаходження кута α , він одержує ще **1 бал**.
4. За правильну відповідь учень одержує ще **1 бал**.

Таким чином, за правильно розв'язану задачу учень одержує **4 бали**.

- Якщо учень не з'єднає точки M і D на рисунку, а розглядає кут α як кут трикутника DLN , то в цьому випадку треба обґрунтувати, що трикутник DLN – прямокутний. Тоді має місце така **схема оцінювання**:

1. За правильно побудований рисунок до задачі з обґрунтуванням паралельності відповідної середньої лінії до основи учень одержує **1 бал**.
2. За обґрунтування того, що $LD \perp MN$ учень одержує ще **1 бал**.
3. Якщо учень правильно знайшов елементи трикутника DLN , необхідні для знаходження кута α , він одержує ще **1 бал**.
4. За правильну відповідь учень одержує ще **1 бал**.

Таким чином, за правильно розв'язану задачу учень одержує **4 бали**.

- Якщо учень для розв'язування задачі використав векторно-координатний метод, то тоді має місце така **схема оцінювання**:

1. За правильне обґрунтування висоти SO учень одержує **1 бал**.
2. За вибір системи координат з поясненням необхідних точок учень одержує ще **1 бал**.
3. За обчислення координат цих точок учень одержує ще **1 бал**.
4. За правильну відповідь учень одержує ще **1 бал**.

Таким чином, за правильно розв'язану задачу учень одержує **4 бали**.

37. Побудуйте графік функції $y = \frac{\sqrt{-x} + |4 - \sqrt{-x}|}{2}$.

Розв'язання

Знаходимо область визначення функції, тобто розв'язуємо нерівність $-x \geq 0$. Отже, $D(y) = (-\infty; 0]$.

Знайдемо точки, у яких модуль обертається в нуль, тобто розв'яжемо рівняння $4 - \sqrt{-x} = 0$, звідки $x = -16$.

$$\text{Якщо } x \in (-\infty; -16], \text{ то } y = \frac{\sqrt{-x} - (4 - \sqrt{-x})}{2} = \frac{2\sqrt{-x} - 4}{2} = \sqrt{-x} - 2.$$

$$\text{Якщо } x \in (-16; 0], \text{ то } y = \frac{\sqrt{-x} + 4 - \sqrt{-x}}{2} = 2.$$

Побудуємо ескіз графіка вказаної функції.

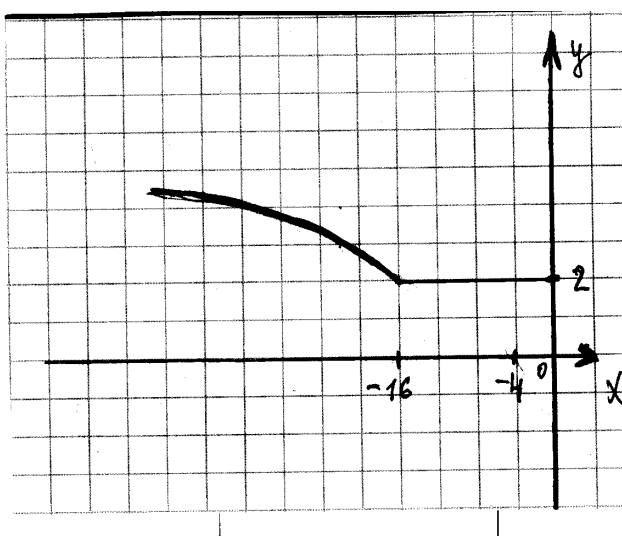


Схема оцінювання

1. За правильно знайдене $D(y)$ учень одержує **1 бал**.
2. Якщо учень правильно розкрив модуль на проміжку $x \in (-\infty; -16]$, то він одержує **1 бал**.
3. Якщо учень правильно розкрив модуль на проміжку $(-16; 0]$, то він одержує ще **1 бал**.
4. За правильно побудований ескіз графіка вказаної функції учень одержує ще **1 бал**.
Тобто за правильно розв'язане завдання учень одержує **4 бали**.

38. Розв'яжіть нерівність $(x^2 - 2\sqrt{a} \cdot x + 1)(2^x + \lg a) < 0$.

Правильна відповідь: при $a \in (0; 1)$ $x \in (-\infty; \log_2 \lg \frac{1}{a})$;

при $a = 1$ $x \in \emptyset$;

при $a \in (1; +\infty)$ $x \in (\sqrt{a} - \sqrt{a-1}; \sqrt{a} + \sqrt{a-1})$.

Розв'язання

Визначимо область допустимих значень параметра a : $a > 0$.

Дана нерівність еквівалентна наступній сукупності систем нерівностей:

$$\begin{cases} x^2 - 2x\sqrt{a} + 1 > 0, \\ 2^x + \lg a < 0; \\ x^2 - 2x\sqrt{a} + 1 < 0, \\ 2^x + \lg a > 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо спочатку першу систему.

Розглянемо нерівність $x^2 - 2\sqrt{a} \cdot x + 1 > 0$.

$$\frac{D}{4} = (\sqrt{a})^2 - 1 = a - 1.$$

1. Якщо $a < 1$, то розв'язком першої нерівності даної системи буде $x \in R$. Тоді розв'язком нерівності $2^x < -\lg a$ буде $x \in (-\infty; \log_2 \lg \frac{1}{a})$ при $0 < a < 1$. Тобто, розв'язок першої системи матиме вигляд $x \in (-\infty; \log_2 \lg \frac{1}{a})$ при $0 < a < 1$.
2. Якщо $a \geq 1$, то розв'язком нерівності $x^2 - 2\sqrt{a} \cdot x + 1 > 0$ буде $x \in (-\infty; \sqrt{a} - \sqrt{a-1}) \cup (\sqrt{a} + \sqrt{a-1}; +\infty)$, а нерівність $2^x < -\lg a$ не має розв'язків. Отже, перша система не має розв'язків.

Розв'яжемо другу систему.

Розглянемо нерівність $x^2 - 2\sqrt{a} \cdot x + 1 < 0$.

Ураховуючи розв'язання попередньої системи, $\frac{D}{4} = (\sqrt{a})^2 - 1 = a - 1$.

1. Якщо $a < 1$, то нерівність не має розв'язків. Отже, друга система не має розв'язків.
 2. Якщо $a > 1$, то розв'язком нерівності $x^2 - 2\sqrt{a} \cdot x + 1 < 0$ буде $x \in (\sqrt{a} - \sqrt{a-1}; \sqrt{a} + \sqrt{a-1})$. Тоді розв'язком нерівності $2^x > -\lg a$ буде $x \in R$. Тобто розв'язок другої системи матиме вигляд $x \in (\sqrt{a} - \sqrt{a-1}; \sqrt{a} + \sqrt{a-1})$.
 3. Якщо $a = 1$, то одержимо нерівність $x^2 - 2x + 1 < 0$, звідси $x \in \emptyset$.
- Отже, загальна відповідь: при $0 < a < 1$ $x \in (-\infty; \log_2 \lg \frac{1}{a})$;

$$\begin{aligned} &\text{при } a > 1 \quad x \in (\sqrt{a} - \sqrt{a-1}; \sqrt{a} + \sqrt{a-1}); \\ &\text{при } a = 1 \quad x \in \emptyset. \end{aligned}$$

Схема оцінювання

1. Якщо учень правильно знайшов область допустимих значень параметра a і розглянув нерівність як сукупність двох систем, то він одержує **1 бал**.
2. За правильно розв'язану першу систему нерівностей учень одержує ще **2 бали**. Якщо він припустився помилки при розв'язанні однієї з нерівностей при умові, що друга нерівність розв'язана правильно, учень одержує **1 бал**.
3. За правильно розв'язану другу систему нерівностей учень одержує ще **2 бали**. Якщо він припустився помилки при розв'язанні однієї з нерівностей при умові, що друга нерівність розв'язана правильно, учень одержує **1 бал**.
4. За правильно записану відповідь учень одержує ще **1 бал**. Тобто за правильно розв'язану задачу учень одержує **6 балів**.

- Якщо учень розв'язує нерівність *методом інтервалів*, то в цьому випадку має місце така **схема оцінювання**:

1. За правильно знайдене ОДЗ змінної і параметра учень одержує **1 бал**.
2. За правильно знайдені нулі функції $y = (x^2 - 2\sqrt{ax+1})(2^x + \lg a)$ з вказівкою відповідних значень параметра учень одержує **2 бали**.
Якщо знайдені нулі тільки одного множника з вказівкою відповідних значень параметра, то учень одержує лише **1 бал**.
3. За правильне застосування методу інтервалів на кожному з виділених проміжків для параметра a учень одержує **2 бали**.
Якщо учень розглянув один з випадків $a > 1$ або $0 < a < 1$, то він одержує лише **1 бал**.
4. За правильно записану відповідь учень одержує ще **1 бал**.
Тобто за правильно розв'язану задачу учень одержує **6 балів**.

- Якщо учень розв'язує нерівність *методом розбиття усіх значень a на три випадки*: $0 < a < 1$, $a = 1$, $a > 1$, то в цьому випадку має місце така **схема оцінювання**:

1. Якщо учень дослідив випадок $a = 1$ і одержав відповідь, то він одержує **1 бал**.
2. Якщо учень дослідив випадок $0 < a < 1$ і одержав відповідь, то він одержує **2 бали**.
3. Якщо учень дослідив випадок $a > 1$ і одержав відповідь, то він одержує **2 бали**.
4. За правильно записану відповідь учень одержує ще **1 бал**.
Тобто за правильно розв'язану задачу учень одержує **6 балів**.