

Міністерство освіти і науки України
Український центр оцінювання якості освіти

МАТЕМАТИКА
ЗОВНІШНЄ ОЦІНЮВАННЯ
Час виконання – 135 хвилин

Екзаменаційний тест складається з трьох частин, у яких представлено 38 завдань різної форми. Відповіді на завдання Частини 1 та Частини 2 Ви повинні перенести в бланк А. Розв'язання завдань Частини 3 необхідно записати у бланку Б. Правила виконання завдань вказано на початку кожної форми завдань.

Інструкція щодо роботи в тестовому зошиті

1. Відповідайте тільки після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання й правила його виконання.
2. Використовуйте як чернетку місця, відведені у тестовому зошиті.
3. Намагайтесь відповісти на всі тестові завдання.

Інструкція щодо заповнення бланків відповідей А і Б

1. До бланків записуйте лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Відповіді вписуйте чітко, відповідно до інструкцій щодо кожної форми завдань.
3. Подвійні, неправильно записані, закреслені, підчищені та виправлені відповіді у бланку А – це ПОМИЛКА!
4. Якщо Ви записали відповідь неправильно, можете її виправити у відведеному місці на бланку А.
5. Виконавши завдання Частини 3, запишіть їх на бланку Б.
6. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних до бланка А, та розв'язання завдань Частини 3.
7. Перш ніж виконувати завдання, позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка А.

Ознайомившись з інструкцією, перевірте якість друку зошита й кількість сторінок. Їх має бути 24.

Зичимо Вам успіху!

Частина 1

Завдання 1 – 20 мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Обчисліть $\sqrt{125} \sqrt[5]{32} - 5^{\frac{1}{2}}$.

А $11\sqrt{5}$	Б $10\sqrt{2} - \sqrt{5}$	В 9	Г $9\sqrt{5}$	Д $\sqrt[10]{4000} - \sqrt{5}$
-----------------------	----------------------------------	------------	----------------------	---------------------------------------

2. Якщо $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$, то $c =$

А $\frac{ab}{a-b}$	Б $\frac{ab}{b-a}$	В $a-b$	Г $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$	Д $\frac{a-b}{ab}$
---------------------------	---------------------------	----------------	--------------------------------------	---------------------------

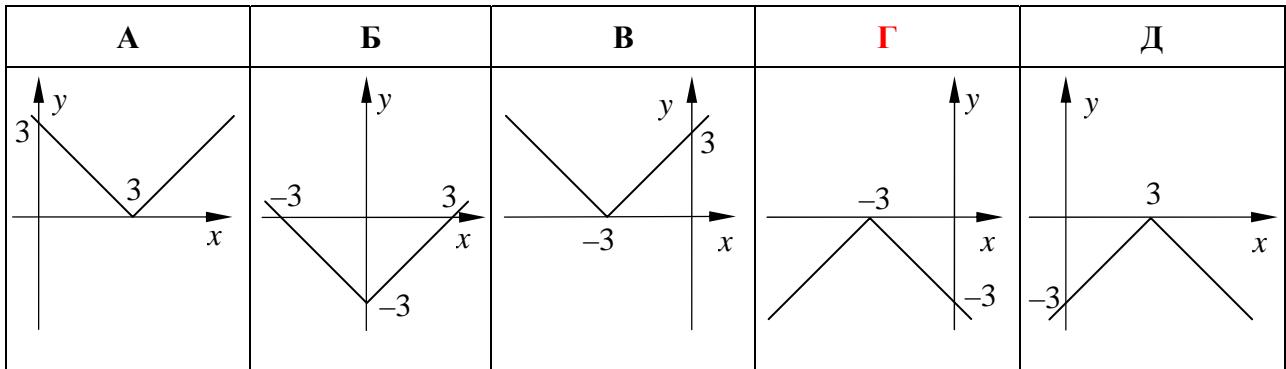
3. Знайдіть вираз, тотожно рівний даному виразу $x^4 + x^3 - x - 1$.

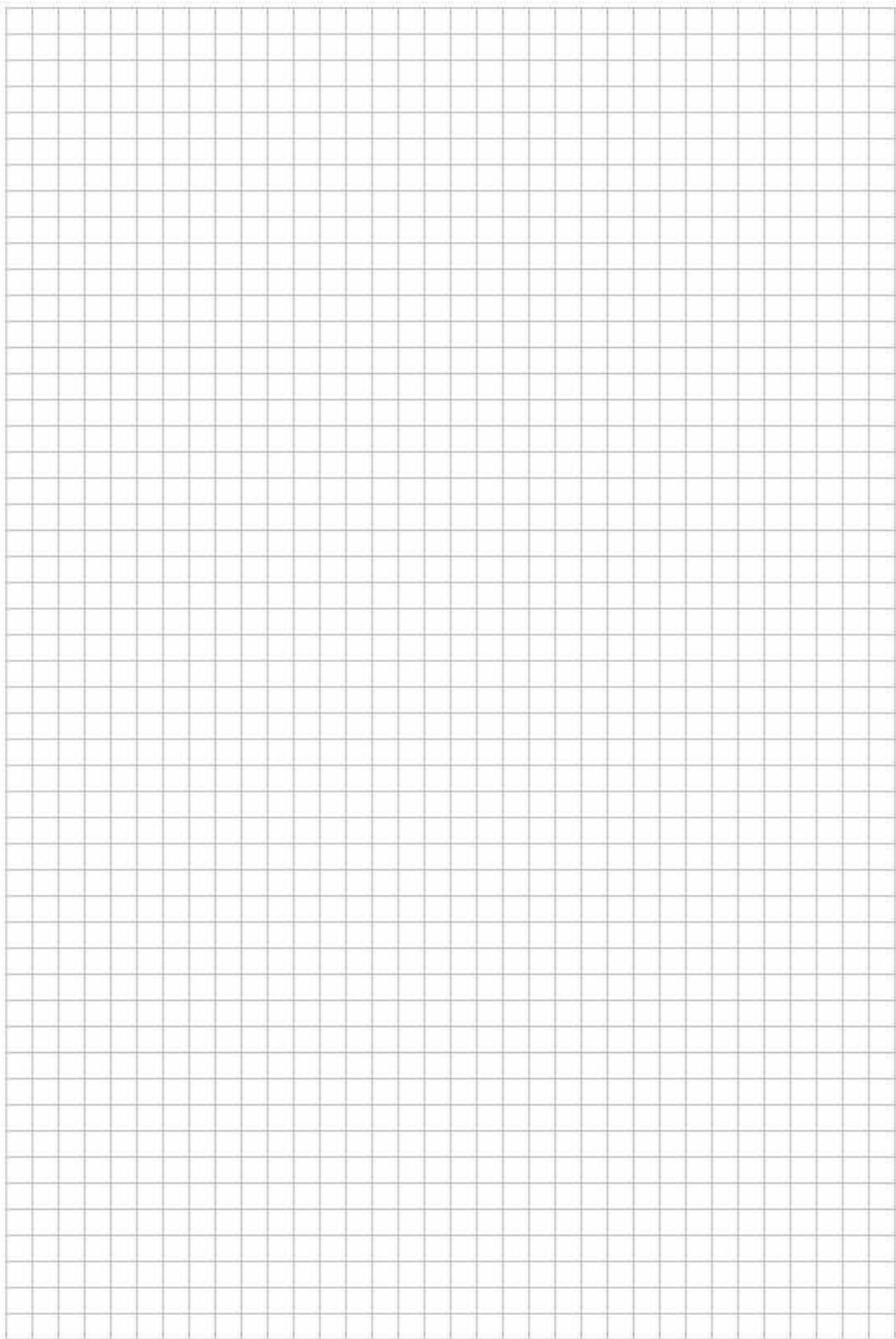
А	Б	В	Г	Д
$(x+1)^2(x^2+x+1)$	$(x^2-x+1)(x-1)^2$	$(x-1)^3(x+1)$	$(x-1)(x+1)^3$	$(x^2-1)(x^2+x+1)$

4. Розв'яжіть нерівність $a^2 > a$.

А $(1;+\infty)$	Б $(0;1)$	В $(-\infty;0)$	Г $(-\infty;0) \cup (1;+\infty)$	Д $(-\infty;1)$
------------------------	------------------	------------------------	---	------------------------

5. З-поміж наведених графіків укажіть графік функції $y = -|x+3|$.





6. Товар подешевшав на 20%. На скільки відсотків більше можна купити товару за ту ж саму суму грошей?

A $\frac{1}{5}\%$	B $\frac{1}{4}\%$	В 10%	Г 20%	Д 25%
--------------------------	--------------------------	--------------	--------------	--------------

7. Обчисліть значення виразу $\log_5 49 + 2 \log_5 \frac{5}{7}$.

A 0	B 1	В 2	Г 4	Д 25
------------	------------	------------	------------	-------------

8. Розв'яжіть рівняння $\sin(3x) = \frac{1}{2}$.

A	B	В	Г	Д
$(-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{\pi k}{3}, k \in Z$	$\pm \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z$	$(-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}, k \in Z$	$\pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z$	$(-1)^k \frac{\pi}{18} k + \pi k, k \in Z$

9. Знайдіть множину значень функції $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$.

A $[1; 2]$	B $[0; 2]$	В $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$	Г $[0; 1]$	Д інша відповідь
-------------------	-------------------	----------------------------------	-------------------	-------------------------

10. Задано рівняння:

$$\log_2 x - \log_2(x-2) = 1, \quad (1)$$

$$\cos x = 1 - \sqrt{3}, \quad (2)$$

$$|x+2| = -3, \quad (3)$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{3}) = -\pi. \quad (4)$$

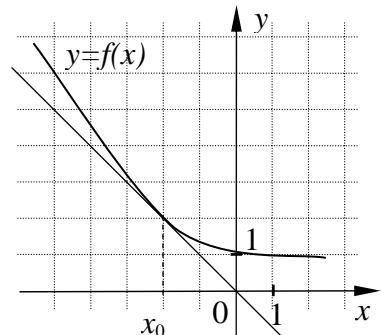
Укажіть рівняння, яке НЕ МАЄ коренів на множині дійсних чисел.

A (1) і (4)	B (2) і (3)	В (1) і (2)	Г (3) і (4)	Д інша відповідь
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	-------------------------

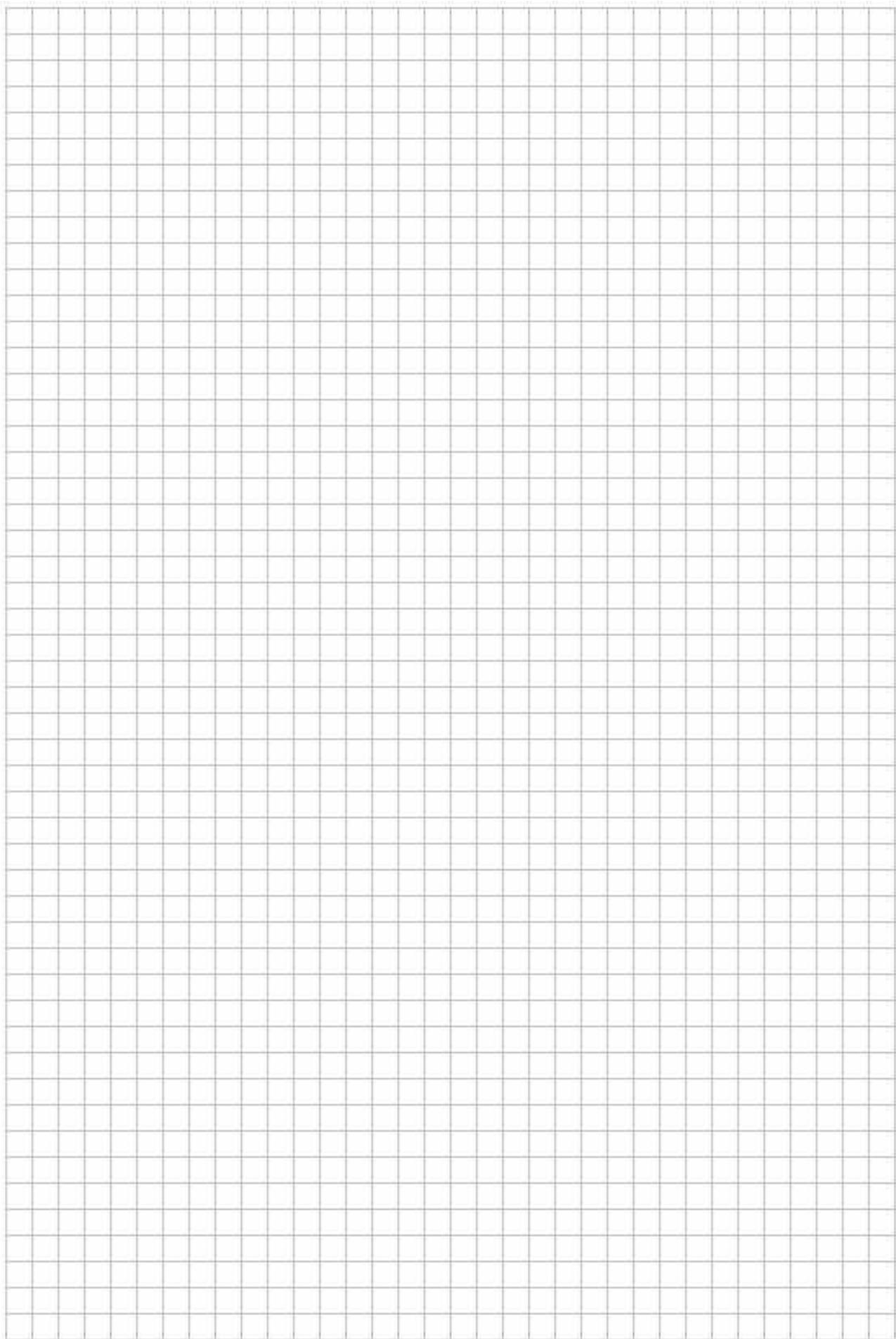
11. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$ і дотичну

до нього в точці з абсцисою x_0 .

Знайдіть значення $f'(x_0)$.



A -2	B -1	В 0	Г 1	Д 2
-------------	-------------	------------	------------	------------



12. Обчисліть значення виразу $\sin \alpha + \sin \beta$, якщо $\alpha - \beta = 180^\circ$.

A 1	B $\frac{1}{2}$	C 0	D $-\frac{1}{2}$	E інша відповідь
------------	------------------------	------------	-------------------------	-------------------------

13. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{4}} 3 \cdot \log_4 x > 0$.

A $(1; +\infty)$	B $(0; 4)$	C $(0; 1)$	D $(4; +\infty)$	E $(-\infty; 1)$
-------------------------	-------------------	-------------------	-------------------------	-------------------------

14. Укажіть непарну функцію.

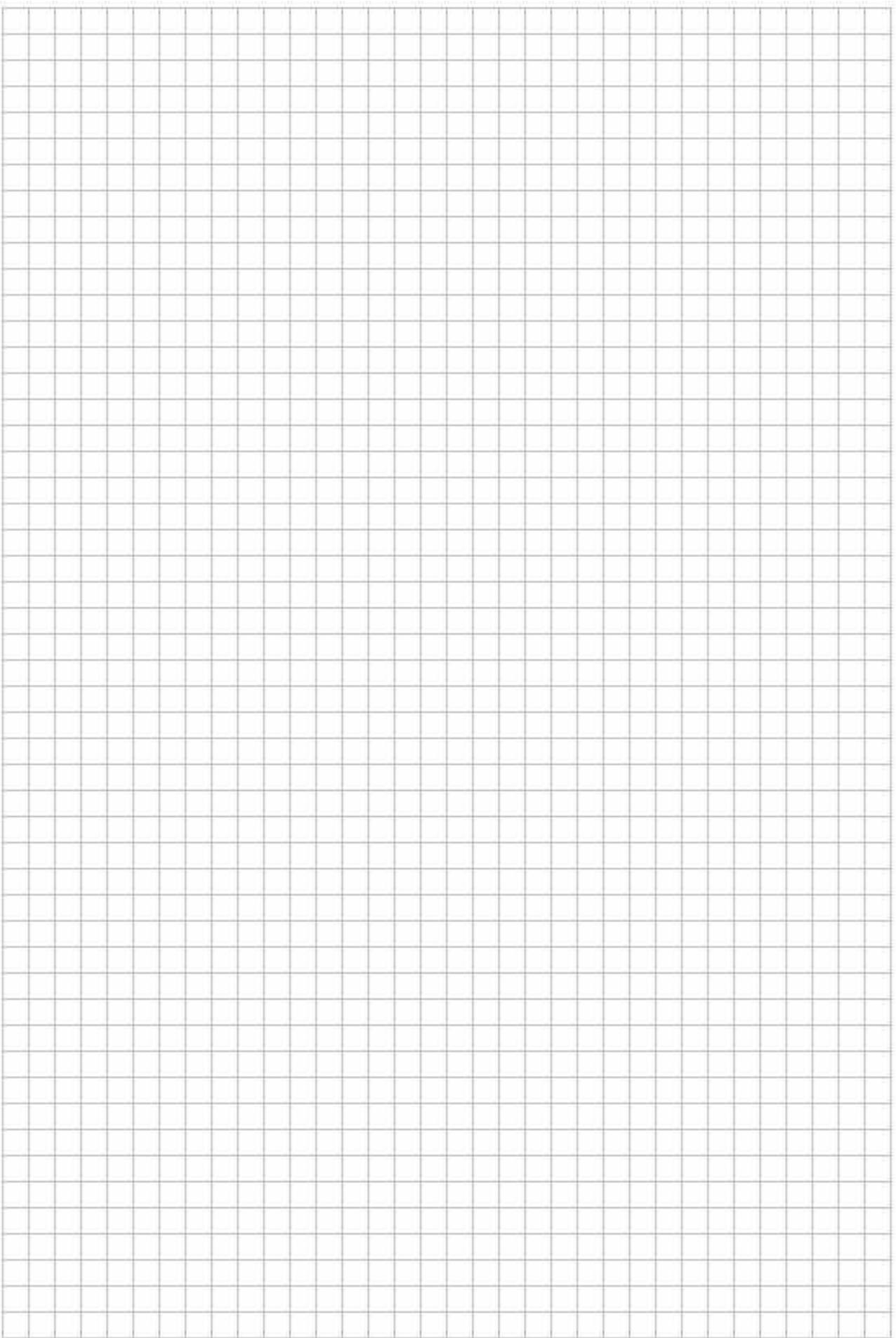
A $y = x^2 - 4$	B $y = -x^2$	C $y = x^3 - 1$	D $y = \sqrt{x-2}$	E $y = x^3 - x$
------------------------	---------------------	------------------------	---------------------------	------------------------

15. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{\sqrt{x+2}}{2^x - 1}$.

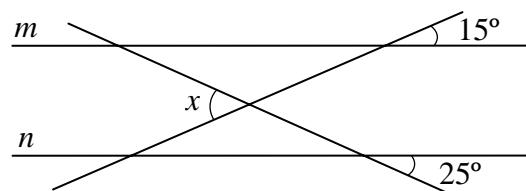
A $[-2; 0) \cup (0; +\infty)$	B $[-2; +\infty)$	C $(-2; 0) \cup (0; +\infty)$	D $(-\infty; -2]$	E $x \neq 1$
--------------------------------------	--------------------------	--------------------------------------	--------------------------	---------------------

16. Власник банкоматної картки забув останні дві цифри свого PIN-коду, але пам'ятає, що вони різні. Знайдіть імовірність того, що з першої спроби він отримає доступ до системи.

A $\frac{1}{2}$	B $\frac{1}{25}$	C $\frac{1}{50}$	D $\frac{1}{90}$	E $\frac{1}{100}$
------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	--------------------------

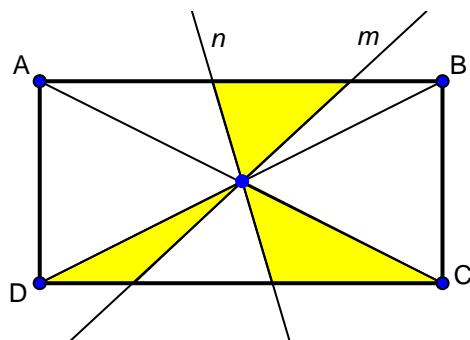


17. Прямі m і n паралельні. Обчисліть величину кута x , зображеного на рисунку.



A 40°	Б 45°	В 50°	Г 80°	Д 140°
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	----------------------

18. У прямокутнику $ABCD$ прямі m і n проходять через точку перетину діагоналей. Площа фігури, що складається з трьох зафарбованих трикутників, дорівнює 12 см^2 . Обчисліть площину прямокутника $ABCD$.



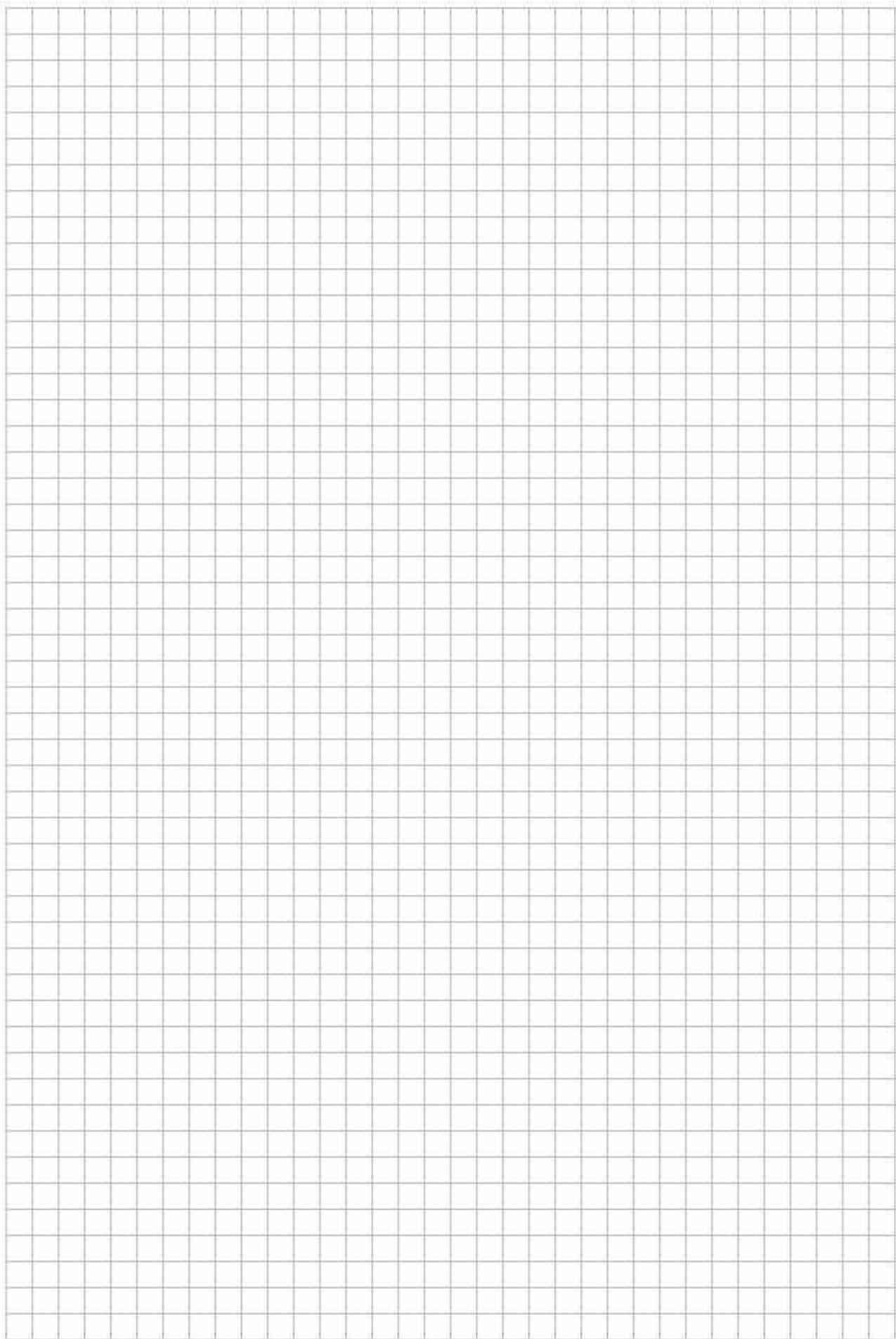
А 24 см^2	Б 30 см^2	В 36 см^2	Г 42 см^2	Д 48 см^2
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

19. Ортогональною проекцією відрізка з кінцями у точках $A(-1; 0; 5)$ і $B(-1; 0; 8)$ на координатну площину xy є:

А	Б	В	Г	Д
пряма	промінь	відрізок	точка	фігура, що відрізняється від перелічених

20. Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням куба навколо свого ребра, довжина якого a .

А $4a^3$	Б πa^3	В $2\pi a^3$	Г $4\pi a^3$	Д $(2 + 2\sqrt{2})\pi a^2$
-----------------	--------------------	---------------------	---------------------	-----------------------------------



Частина 2

Розв'яжіть завдання 21 – 36. Запишіть відповідь у зошит і перенесіть її до бланка А.

21. Укажіть найменше ціле число, яке є розв'язком нерівності $\frac{x^2 + 2x - 3}{|x + 2|} < 0$.

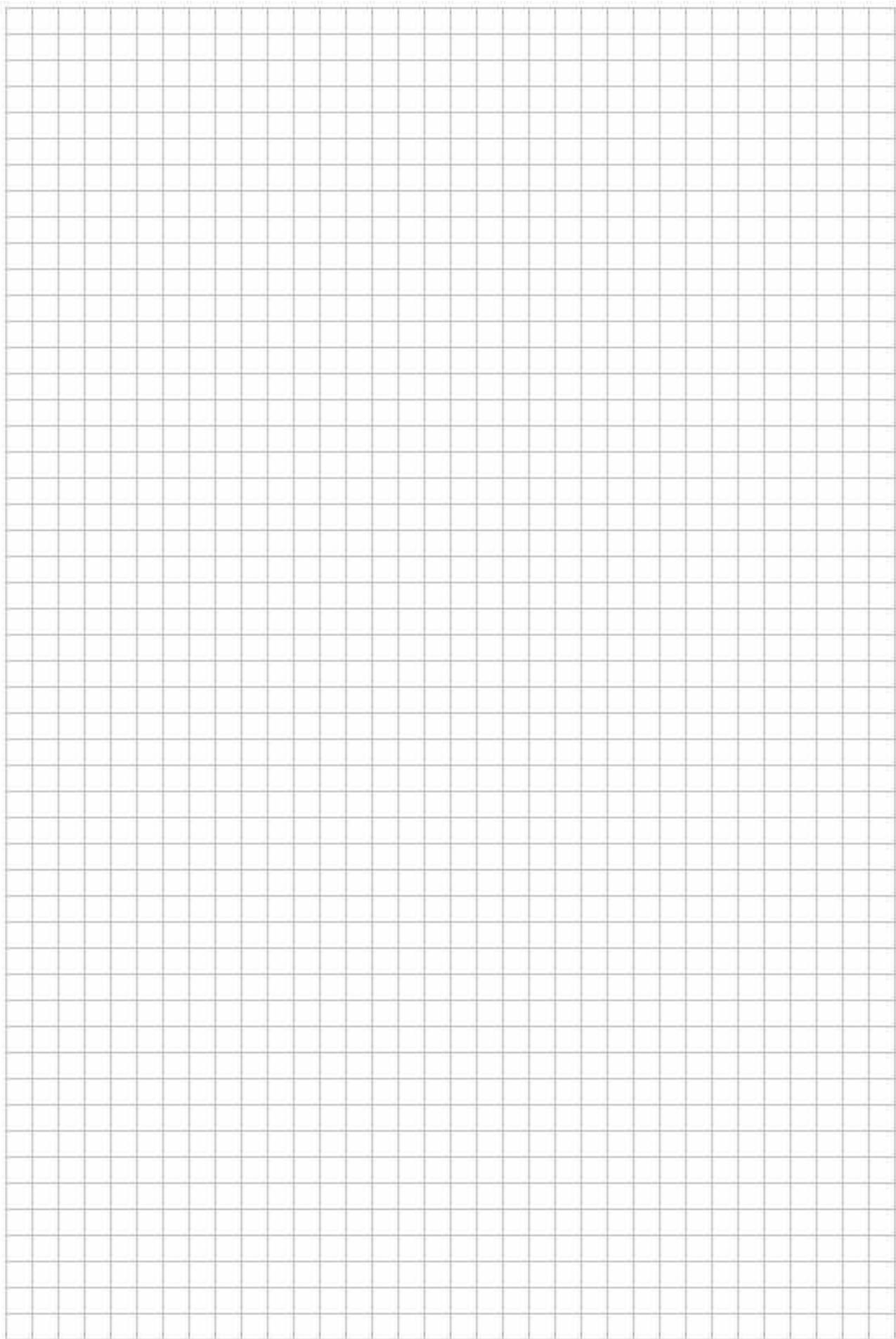
Відповідь: -1

22. Обчисліть суму перших 20 членів арифметичної прогресії, якщо її перший член дорівнює 2, а сьомий – 20.

Відповідь: 610

23. Обчисліть значення виразу $\frac{53}{8 - \sqrt{11}} + \frac{2}{\sqrt{13} + \sqrt{11}} - \frac{9}{\sqrt{13} + 2}$.

Відповідь: 10



24. (Задача Л.Пізанського, XII-XIII ст.)

Дві вежі, одна з яких 40 футів, а друга – 30 футів заввишки, розташовано на відстані 50 футів одна від одної. До криниці, що знаходиться між ними, одночасно з обох веж злетіло по пташці. Рухаючись з однаковою швидкістю, вони прилетіли до криниці одночасно. Знайдіть відстань від криниці до найближчої вежі (у *футах*).

Відповідь: 18 футів.

25. Обчисліть значення виразу $\sin 2\alpha$, якщо $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{1}{2}$.

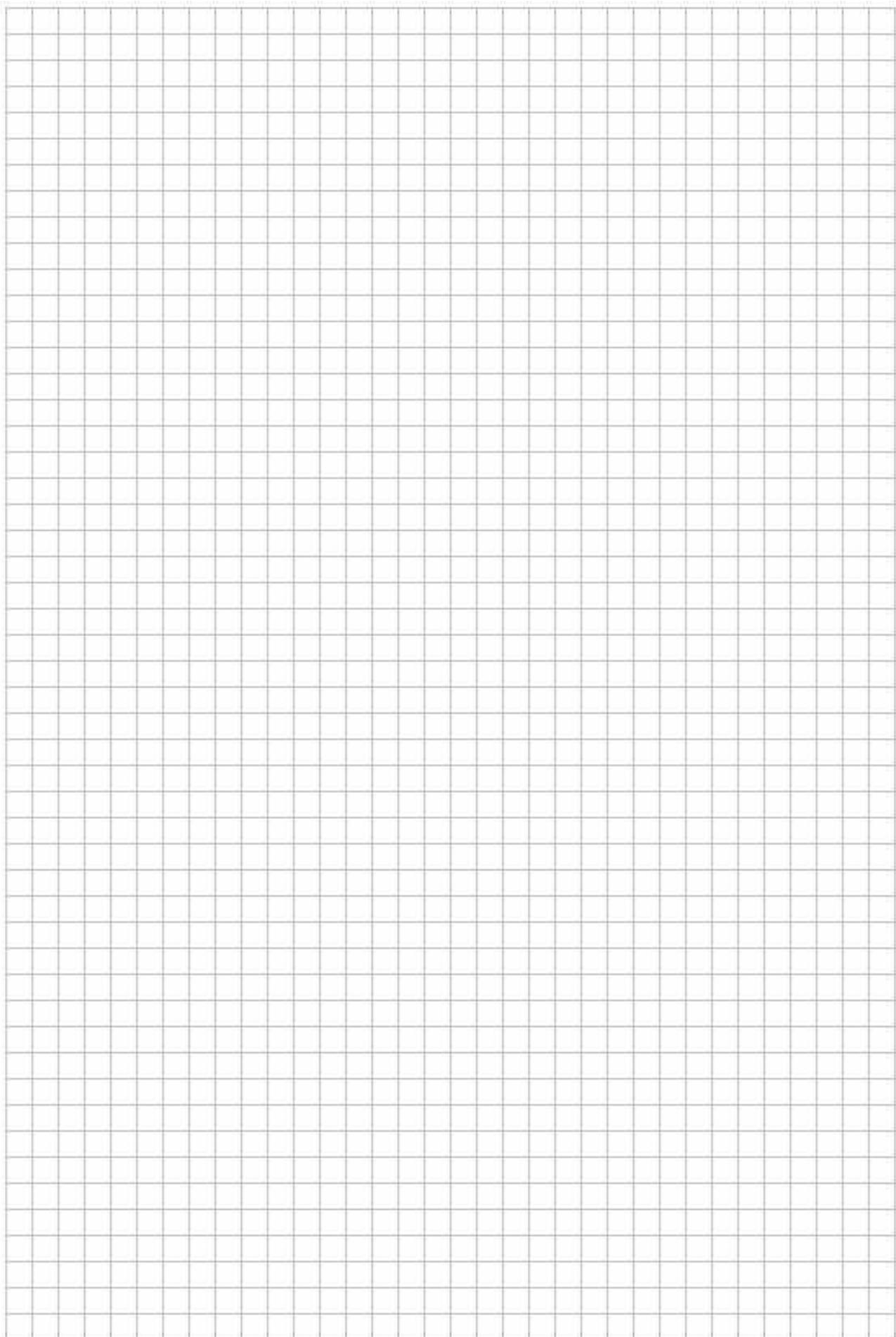
Відповідь запишіть ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

Відповідь: -0,8

26. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{-2x}$.

Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, запишіть у відповідь їх добуток.

Відповідь: -3



27. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 24, \\ 2^y \cdot 3^x = 54. \end{cases}$ Запишіть у відповідь СУМУ $x_0 + y_0$, якщо пара $(x_0; y_0)$ є розв'язком системи рівнянь.

Відповідь: 4

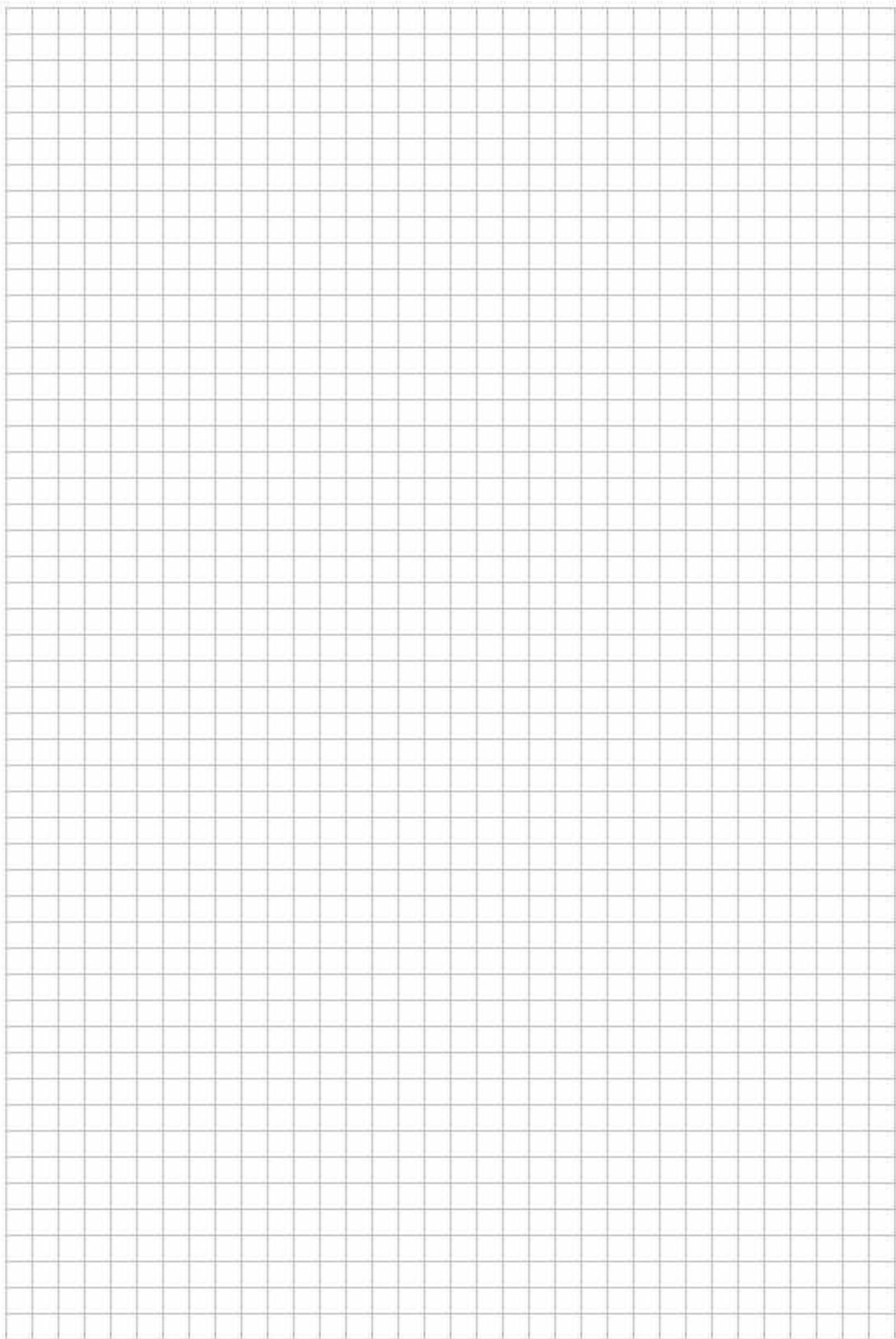
28. Обчисліть $\frac{1}{25} \cdot 9^{\log_3 \sqrt{14} + 0,5}$.

Відповідь запишіть ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

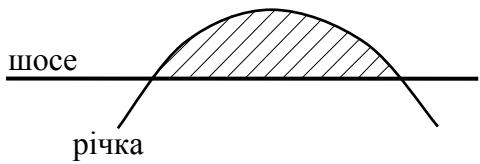
Відповідь: 1,68

29. Відрізок 12 см завдовжки поділили на дві частини так, що сума площ квадратів, побудованих на цих частинах, стала найменшою. Обчисліть суму площ квадратів.

Відповідь: 72



- 30.** Річка тече лугом і двічі перетинає шосе, утворюючи криву $y = 3x - x^2$. Яка площа лугу між шосе та річкою, якщо вважати, що лінія шосе збігається з віссю OX (див. рис.)? Одиниця довжини – 1 км.



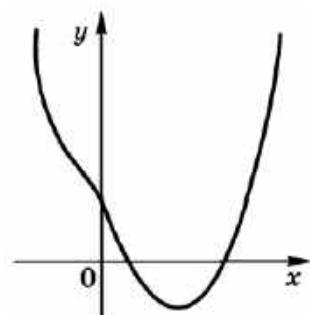
Відповідь: **4,5** км^2

- 31.** Знайдіть НАЙМЕНШЕ значення параметра a , при якому система $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ (x - 7)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ має єдиний розв'язок.

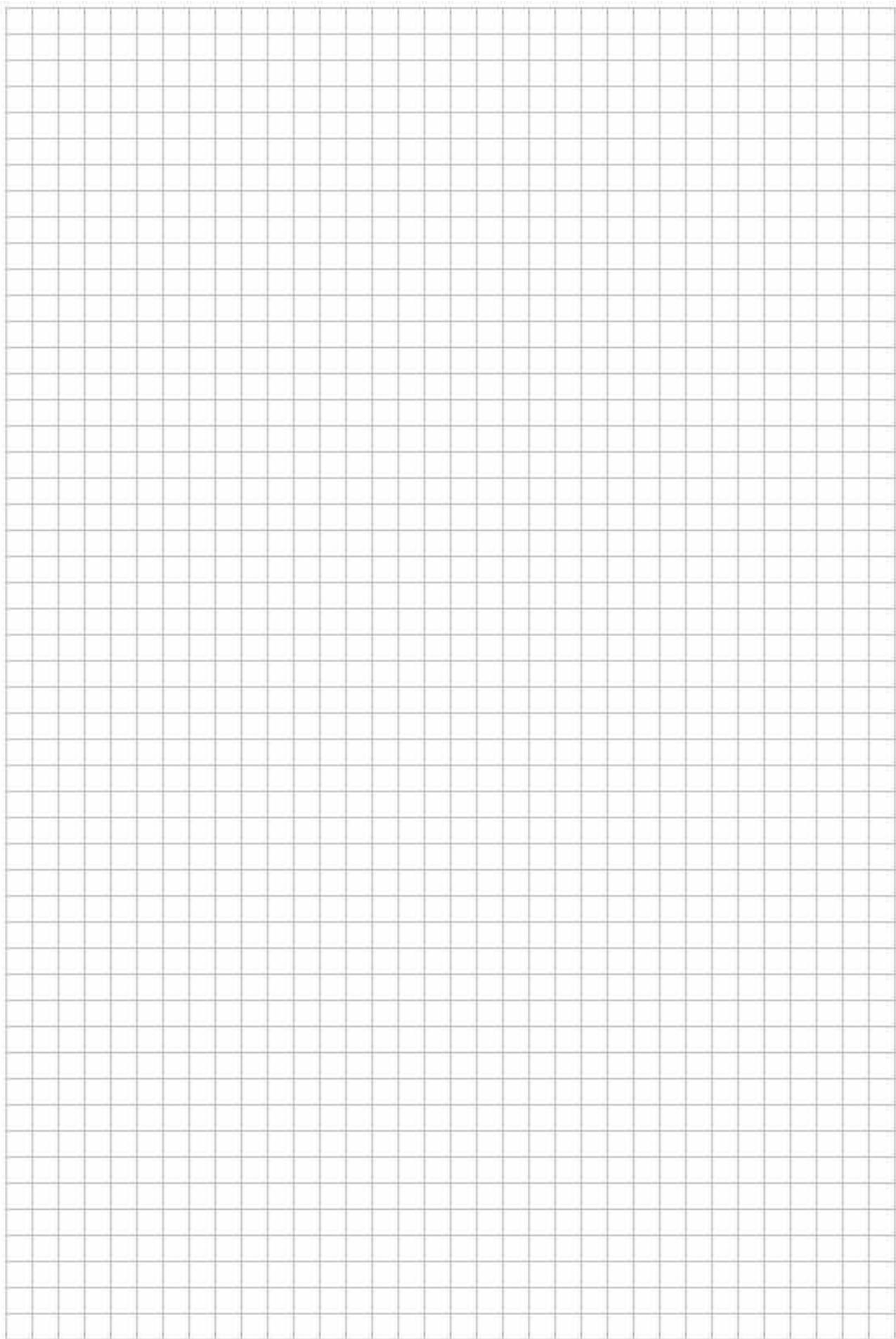
Відповідь: **-8**

- 32.** На рисунку зображено графік функції $f(x) = x^4 - x^2 + bx + c$. Визначте знаки параметрів b і c . У відповіді вкажіть номер правильного варіанта з наведених нижче.

1. $\begin{cases} b > 0, \\ c > 0. \end{cases}$
2. $\begin{cases} b > 0, \\ c < 0. \end{cases}$
3. $\begin{cases} b < 0, \\ c > 0. \end{cases}$
4. $\begin{cases} b < 0, \\ c < 0. \end{cases}$



Відповідь: **3**



33. Розв'яжіть систему рівнянь

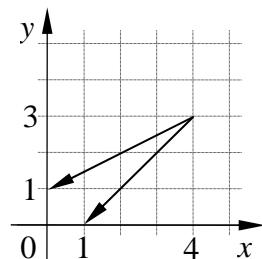
$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}(2x+5)\right) = 1 + (y-1)^8, \\ 4 \sin \frac{\pi y}{2} = 4x^2 + 4x + 5. \end{cases}$$

Запишіть у відповідь ДОБУТОК $x_0 y_0$, якщо пара $(x_0; y_0)$ є розв'язком системи рівнянь.

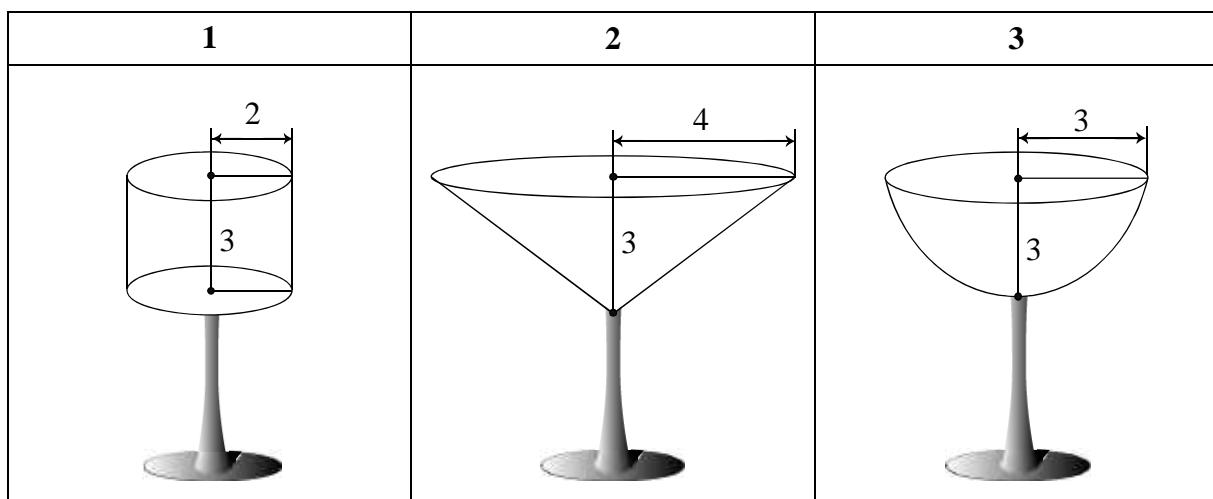
Відповідь: -0,5

34. Обчисліть скалярний добуток векторів, зображеніх на рисунку.

Відповідь: 18



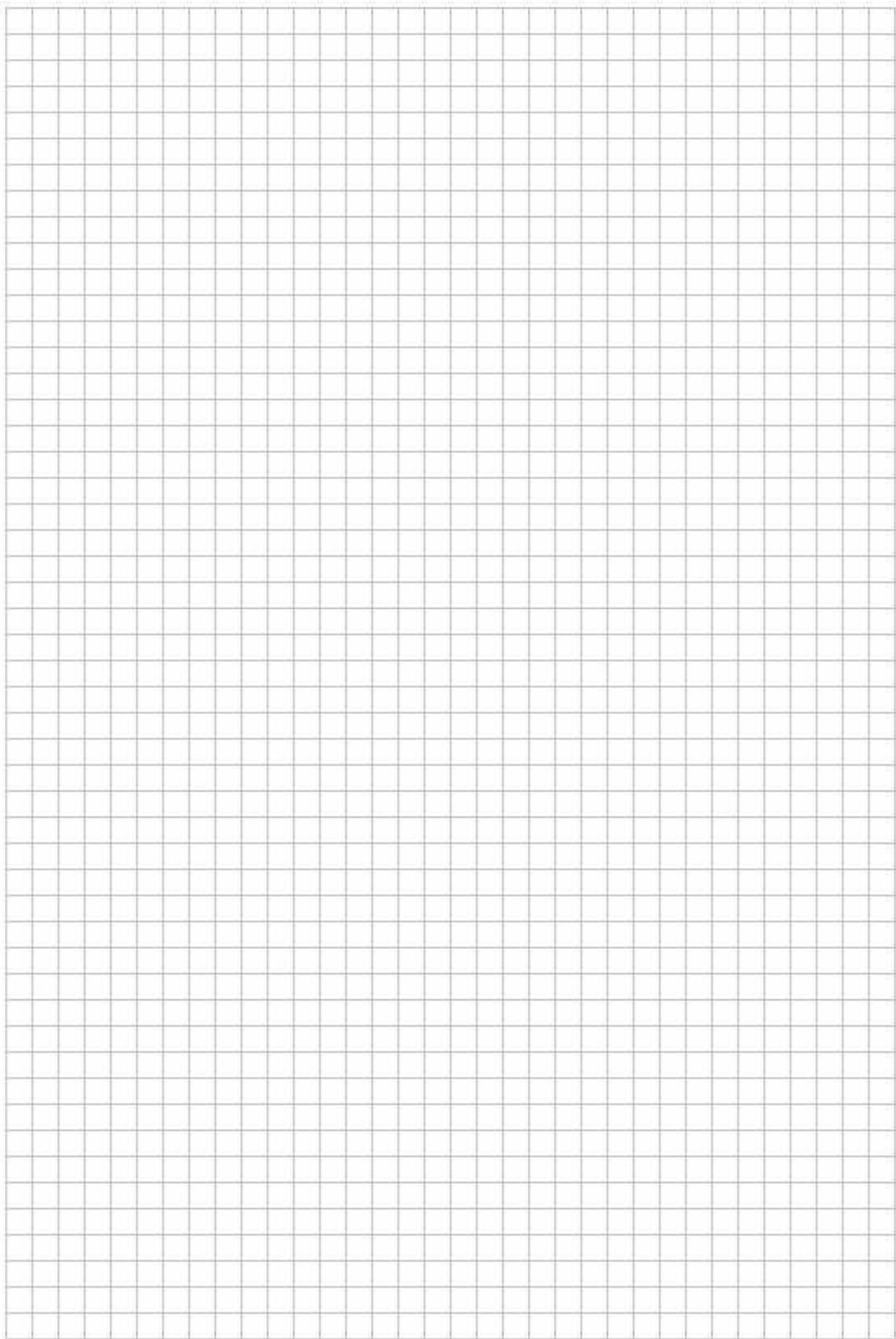
35. Укажіть номер фужера, у який можна налити НАЙБІЛЬШЕ рідини.



Відповідь: 3

36. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см. Апофема утворює з площею основи кут 60° . Обчисліть площу бічної поверхні піраміди ($\text{у } \text{cm}^2$).

Відповідь: 24 cm^2



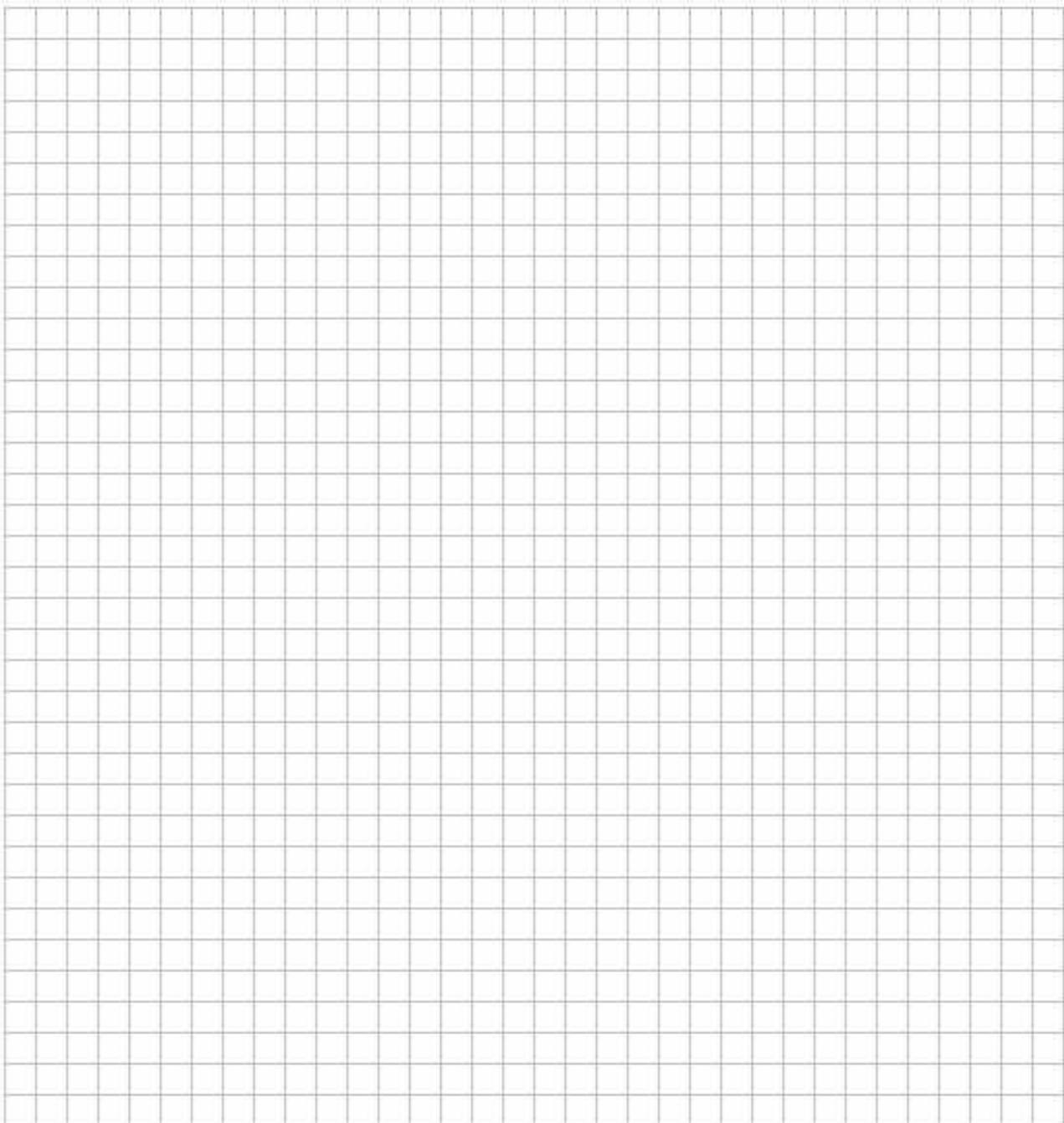
Частина 3

Розв'язання завдань 37 – 38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

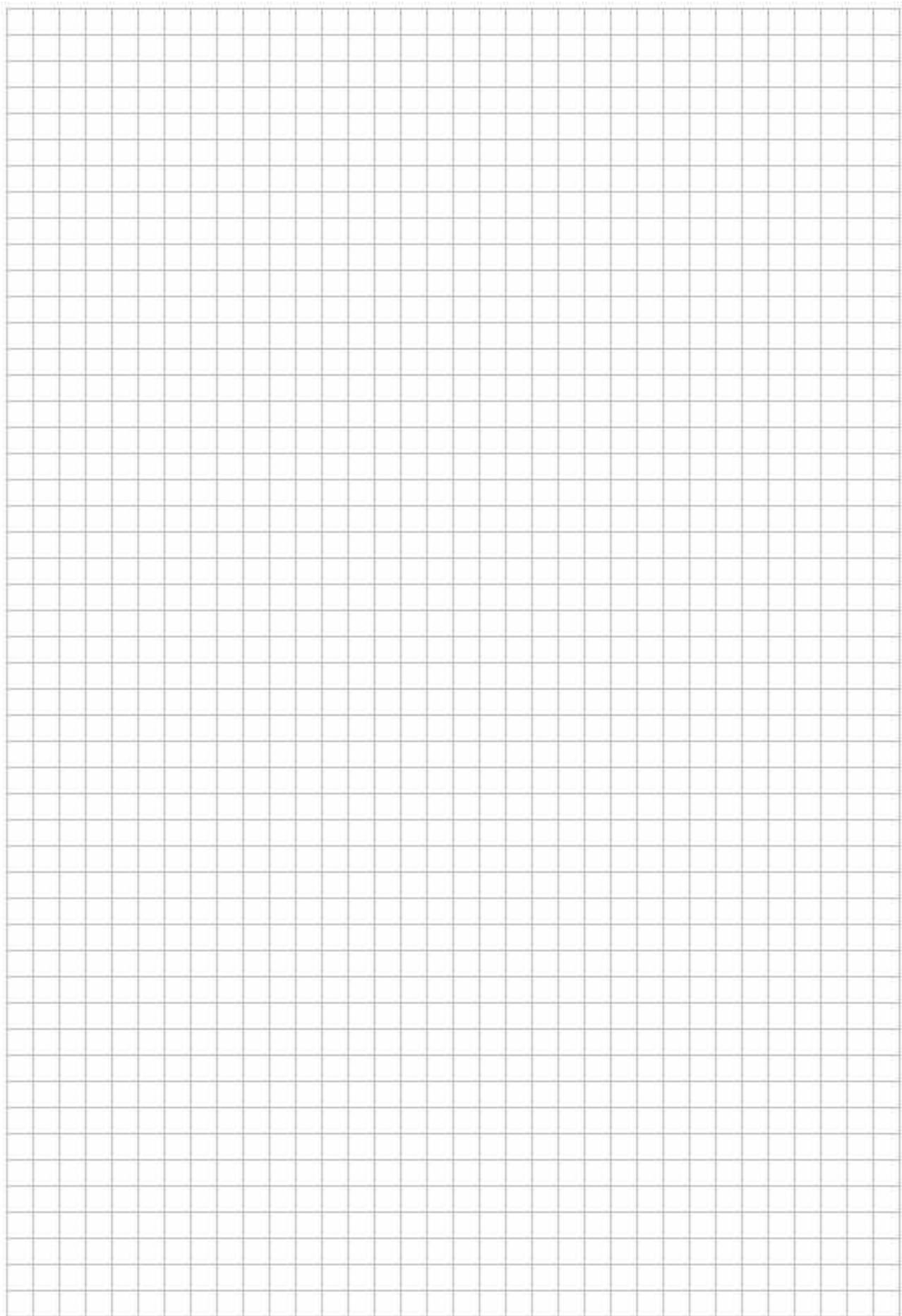
УВАГА! Розв'язання завдань 37–38 запишіть у бланку Б.

- 37.** Основою прямого паралелепіпеда є квадрат $ABCD$ зі стороною 3 см. Бічне ребро AA_1 дорівнює 4 см. Знайдіть площу перерізу паралелепіпеда площиною, що проходить через вершину A перпендикулярно до прямої BA_1 (у cm^2).

ЧЕРНЕТКА

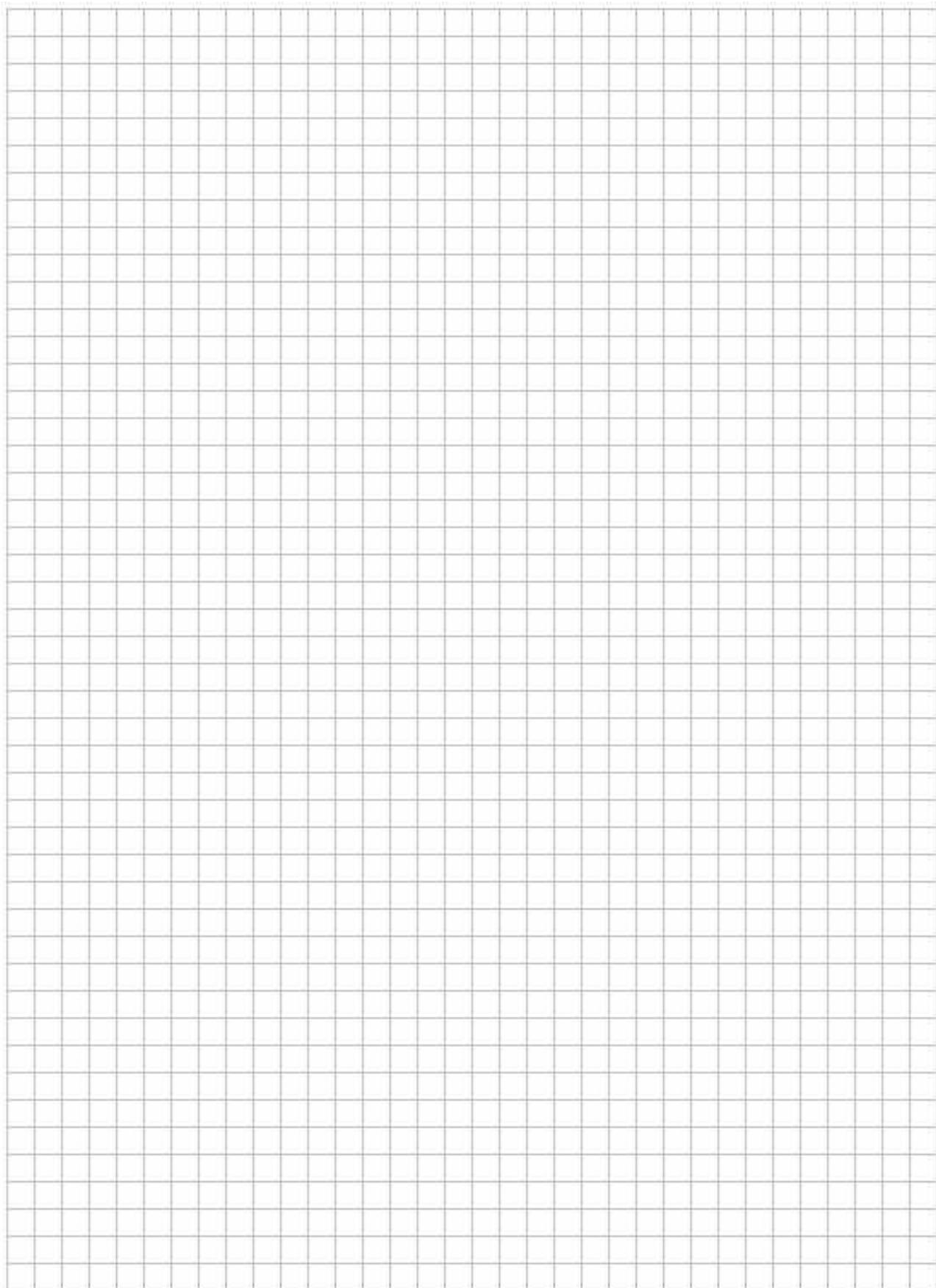


ЧЕРНЕТКА

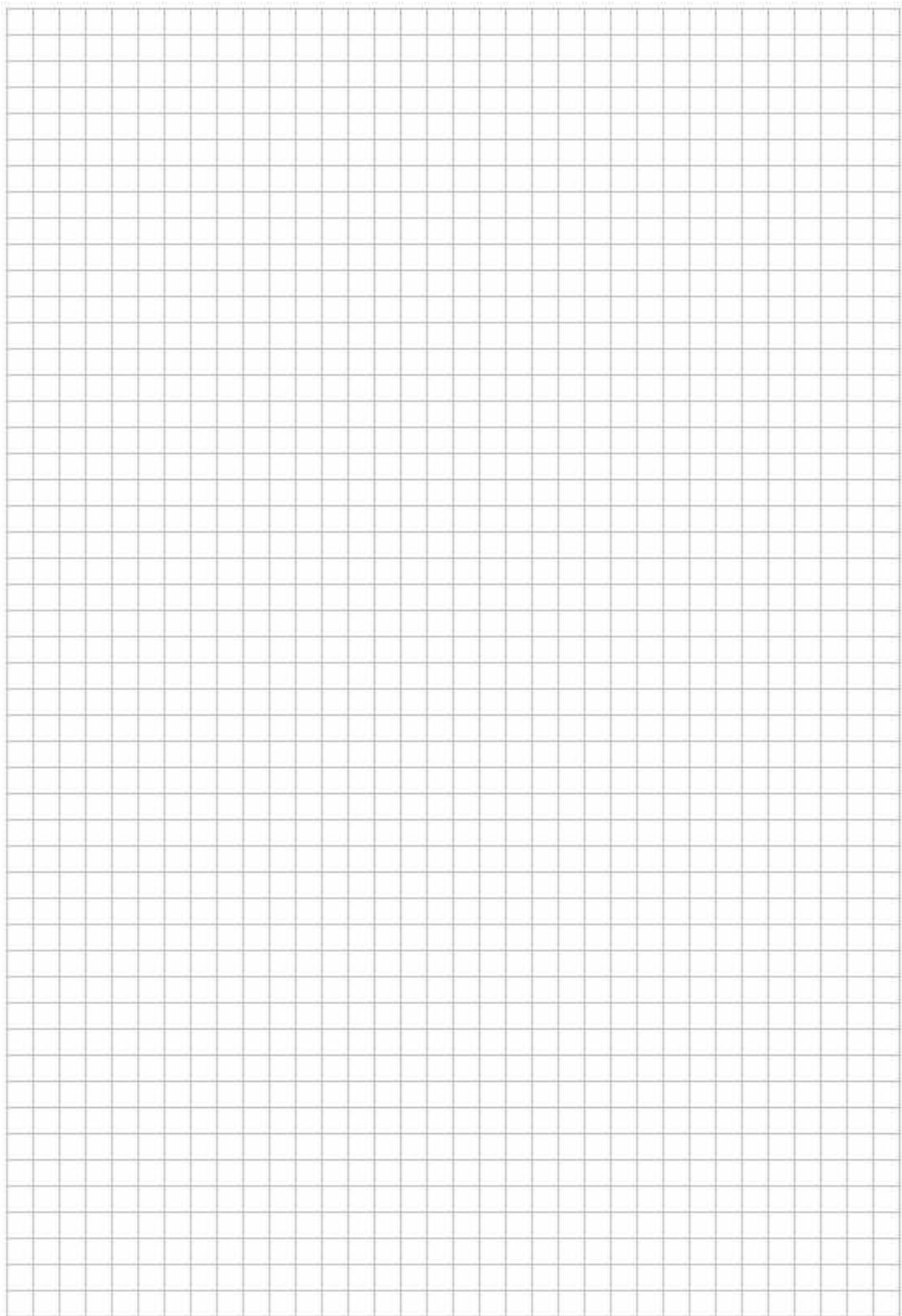


38. Розв'яжіть рівняння $2(\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + 2) + a^2 = 3a(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)$, якщо $x \neq \frac{\pi n}{2}$, де $n \in Z$.

ЧЕРНЕТКА



ЧЕРНЕТКА



ЧЕРНЕТКА

A large grid of squares, approximately 20 columns by 25 rows, intended for drawing or writing practice.

УВАГА! Розв'язання завдань 37–38 запишіть у бланку Б.

Кінець тестового зошита